

**Feinanalyse
von extrem heliumreichen Sternen
des Spektraltyps sdO**

Dirk Husfeld



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554616_0023

Feinanalyse
von extrem heliumreichen Sternen
des Spektraltyps sdO

Dissertation
der Fakultät für Physik
der Ludwig – Maximilians – Universität
München

vorgelegt von

Dirk Husfeld

München, den 21. Februar 1986

1. Gutachter : Prof. Dr. R.P. Kudritzki

2. Gutachter : Prof. Dr. H.G. Groth

Tag der mündlichen Prüfung : 30. April 1986

DISSERTATIONS- UND FOTODRUCK FRANK GmbH
8000 München 2, Gabelsbergerstraße 15, Tel. 2809090

Tortoise: *...But the proof that Motion Is Inherently Impossible (and thence that Motion Unexists) is your "dichotomy paradox", isn't that so ?*

Zeno: *...Of course, you're right. That's the one about how, in getting from A to B, one has to go halfway first - and of that stretch one also has to go halfway, and so on and so forth.*

Douglas R. Hofstadter
in: *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid*

Vorwort

Diese Dissertation beschreibt den Fortgang und die Ergebnisse einer Forschungsarbeit, die Dezember 1982 in der Universitätssternwarte Kiel begonnen wurde. Ihr Thema formte sich aus Gesprächen mit Prof.K.Hunger, dem Leiter der Arbeitsgruppe 'Heiße Sterne' des Institutes, und Prof.R.P.Kudritzki, dem Betreuer meiner erst kurz zuvor abgeschlossenen Diplomarbeit. So ist es auch natürlich, daß die Arbeit in gewisser Weise zwei Traditionen verpflichtet ist: Die Untersuchung von Heliumsternen war schon seit Berliner Tagen eines der Hauptarbeitsgebiete der Hungerschen Gruppe, während die Spektralanalyse von O- und sdO-Sternen, zusammen mit dem dazu notwendigen 'non-LTE' know-how, auf das engste mit dem Namen Kudritzki verbunden ist.

Obschon meinerseits durchaus die Absicht bestand, zu einem geeigneten Zeitpunkt Rolf Kudritzki an die Münchner Sternwarte zu folgen, deren Direktor er im Herbst 1982 geworden war, so herrschte doch zwischen den genannten Initiatoren und dem Kandidaten Einvernehmen darüber, daß die Arbeit in Kiel begonnen werden sollte. Die damit verfolgte Absicht war es, eine Übergangsfrist zu schaffen, in der die Kenntnisse, die ich bezüglich der non-LTE-Atmosphärenprogramme während des Diploms erworben hatte, an jüngere Institutsmitglieder weitergegeben werden sollten; Rolf Kudritzki und Klaus Simon, beide zweifellos kompetenter, waren zu dieser Zeit bereits in München und hatten keine Möglichkeit, diese Aufgabe zu übernehmen. Im nachhinein muß ich feststellen, daß die seinerzeitige Umsicht vielleicht unnötig groß war: Klaus Werner hat sich in die gewiß nicht einfache Materie im wesentlichen aus eigener Kraft eingearbeitet, und ich hatte wenig Gelegenheit, mich dabei nützlich zu machen.

Nahezu während der gesamten ein drittel Jahre, die ich nach Beginn der Arbeit noch in Kiel verbrachte, hatte Herr Hunger das zweifelhafte Vergnügen, an meinem Arbeitsplatz einen Programmierer anstelle eines Forschenden vorzufinden. Ich bedaure es sehr, daß sich dadurch (vermutlich) seltener Möglichkeiten zur Diskussion des eigentlichen Untersuchungsgegenstandes ergaben, und sicherlich entging mir deshalb so einiges von seinem Wissen und seiner Erfahrung. Nichtsdestoweniger zeigte Herr Hunger ein stetes, wohlwollendes Interesse am Stand der Arbeiten. Hierfür – und auch für seine Bemühungen im Zusammenhang mit dem DFG-Projekt – möchte ich ihm herzlich danken. Gleichzeitig hege ich die Hoffnung, daß die in dieser Dissertation zusammengetragenen Ergebnisse ihn für das lange 'Warten – Müssen' entschädigen.

Wenn die Kieler Tage des Projektes nicht eine Erinnerung an mühevollen und unbefriedigenden Programmierarbeit hinterlassen haben, so ist das auch meinen damaligen Institutskollegen zu danken. Im besonderen denke ich dabei an: Uli Heber, der mit großer Bereitwilligkeit auf alle meine Fragen und Bitten einging, auch wenn nicht unbedeutender Arbeitseinsatz seinerseits damit verbunden war, und der mich auf die drei neu entdeckten Heliumsterne aufmerksam machte, die schließlich Gegenstand der Untersuchung wurden, – Wolf – Rainer Hamann, dem ich einige Jahre vis – à – vis saß, und der mir (in berlinerisch – leichter Weise) das meiste von dem wenigen beibrachte, was ich über stellare Winde weiß, – und Klaus Werner, der später arglos das Amt des Kaffeewartes von mir übernahm, als ich Kiel verließ. Vergessen möchte ich aber auch nicht all die anderen Institutsangehörigen, ob 'Fußballer' und 'Nicht – Fußballer': Sie alle trugen zu einer angenehmen und kollegialen Atmosphäre in der Kieler Sternwarte bei.

Ende April 1984 kam es endlich zu dem schon länger geplanten Umzug nach München. Aktueller Anlaß waren die sich anbietenden Möglichkeiten zur Zusammenarbeit mit Prof.D.G.Hummer, der im Herbst 1984 einen einjährigen Aufenthalt als Humboldt – Preisträger in der Münchner Sternwarte begann, und mit Dr.Keith Butler, der dort zum selben Zeitpunkt, gefördert durch ein Stipendium der britischen Royal Society, seine Arbeit aufnahm. Zwar kam es letztlich wegen unserer gutgefüllten Arbeitspläne nicht zu der erhofften gemeinsamen Arbeit mit David Hummer (die auf die Lösung der im Zusammenhang mit den Modellatmosphären existierenden Probleme gerichtet gewesen wäre), dennoch freue ich mich, in ihm einen sehr aufgeschlossenen und kooperativen Kollegen kennengelernt zu haben, der in gleicher Weise seine Erfahrungen auf dem Gebiet der Astrophysik

wie auch bezüglich der Entwicklung von Hefe, Hopfen und Gerste in wäßriger Lösung weiterzugeben verstand.

Geradezu unverhofft fruchtbar entwickelte sich dagegen die Zusammenarbeit mit Keith. In der Tat wäre vieles von dem, was in Kapitel 5 dieser Dissertation beschrieben wird, nicht möglich gewesen ohne seinen sachkundigen Rat im Zusammenhang mit der Beschaffung und Bewertung von atomaren Daten. Er stellte seine Modellatome zur Verfügung und unterwies mich im Gebrauch von Jack Giddings' Computerprogrammen DETAIL und SURFACE. Darüber hinaus aber war mir Keith auch ein sehr lieber 'office - mate', und sein über das rein Fachliche hinausgehendes Interesse hat mich in meiner Arbeit ermuntert und unterstützt. Long may it continue...

In besonderer Weise möchte ich Rolf Kudritzki danken, den ich nun zu meinem 'Doktorvater' gewählt habe. Auch er vermittelte mir stets das Gefühl, auf richtigem Wege eine wichtige Arbeit zu leisten, und half mir dadurch über Momente fachlicher Verwirrung oder grundsätzlichen Zweifels hinweg. Seinen Bemühungen um das DFG - Projekt gilt ebenfalls meine dankende Anerkennung.

Es sind der Mitarbeiter in der Münchner Sternwarte zu viele, um alle aufzuzählen, von denen ich Unterstützung und Ermunterung erhalten habe. Dennoch geht mein ehrlicher Dank auch an sie, und ich hoffe noch auf viele fröhliche Treffen und Feiern in ihrem Kreis.

Die Rechnungen zu dieser Arbeit wurden auf den Cyber - Computern des Wissenschaftlichen Rechenzentrums Berlin (jetzt Konrad - Zuse - Rechenzentrum) und des Leibniz - Rechenzentrums in München abgewickelt. In diesem Zusammenhang möchte ich mich bei Herrn Prof. Groth bedanken, der mir zur Erstellung des Modellgitters einen großen Teil der Rechnerressourcen der Münchner Sternwarte zur Verfügung stellte.

Bei der Anfertigung dieser Arbeit wurde mir Unterstützung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft zuteil, die das Projekt unter den Kennzeichen Hu 39/21 - 1 und Ku 474/9 - 2 fördert.

Für die Zurverfügungstellung von Spektrenmaterial danke ich Dr.J.Giddings, Dr.I.Howarth, Dr.A.E.Lynas - Gray (alle University College London), Dr.U.Heber

(Universitätssternwarte Kiel), Dr.R.H.Méndez (Instituto de Astronomia y Fisica del Espacio, Buenos Aires) und Dr.J.S.Drilling (Louisiana State University, Baton Rouge).

Zum Schluß möchte ich die Menschen herausstellen, die wesentlichen Anteil am Zustandekommen dieser Dissertation haben, ohne in irgendeiner Weise mit ihrem Inhalt befaßt zu sein. Ich danke Heli (die darauf besteht, doch entscheidender Teil des Dissertationsthemas zu sein) für ihre große Geduld, wenn ich – weit häufiger, als es ihr recht sein konnte – meine Zeit den Fortschritten dieser Arbeit widmete, und für die lieben Stunden, in denen wir Zeit füreinander hatten. Meinen bisherigen Lebensweg geebnet und beschützt, mein Interesse an Menschen und Natur geweckt und genährt, und meine Träume verstanden und unterstützt zu haben, ist der bleibende Verdienst meiner Familie – und ganz besonders meiner Eltern. Ohne ihre Liebe und ihr Vertrauen wäre nichts möglich. Danke.

München, im Februar 1986

Dirk Husfeld

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort	v
Abbildungsverzeichnis	xiii
Tabellenverzeichnis	xvii
0. Zusammenfassung	1
1. Heliumsterne	3
2. Die analysierten Sterne	9
3. Beobachtungsmaterial und Datenreduktion	14
3.1. Vorbemerkungen	14
3.2. IUE – Spektrogramme	16
3.3. CASPEC – Spektrogramme	19
3.4. Sonstige Spektrogramme	36

4. Bestimmung der grundlegenden Atmosphärenparameter	37
4.1. Einleitung	37
4.2. Die Modellatmosphären	39
4.2.1. Grundlegende Gleichungen und Annahmen	39
4.2.2. Das Lösungsverfahren	48
4.2.3. Test des Modellatmosphärenprogramms	53
4.2.4. Schwierigkeiten bei der Modellberechnung	57
4.2.5. Die Berechnung der H – He – Linienprofile	66
4.3. Voranalyse	70
4.3.1. Ziel und Methode der Voranalyse	70
4.3.2. Das Modellgitter	72
4.3.3. Die Konstruktion der Fitkurven	74
4.3.4. Ergebnisse der Voranalyse	74
4.4. Feinanalyse	82
4.4.1. Methode der Feinanalyse	82
4.4.2. Bestimmung der stellaren Rotationsgeschwindigkeit	86
4.4.3. Endgültige Bestimmung von T_{eff} und $\log g$	88
4.4.4. Abschätzung des Wasserstoffanteils	112
5. Häufigkeitsanalyse der Metalle	116
5.1. Die Analysenmethode	116
5.2. Kohlenstoff	121
5.2.1. Das Modellatom zur Berechnung der C IV – Linien	121
5.2.2. Kohlenstoffhäufigkeiten	126
5.3. Stickstoff	132
5.3.1. Das Modellatom zur Berechnung der N III – Linien	
5.3.2. Das Modellatom zur Berechnung der N V – Linien	134
5.3.3. Stickstoffhäufigkeiten	136
5.4. Magnesium	144
5.4.1. Das Modellatom zur Berechnung der MgII – Linien	144
5.4.2. Magnesiumhäufigkeiten	146
6. Bestimmung der abgeleiteten Größen	148
7. Vergleich mit anderen Analysen	152
7.1. Frühere Analysen der Programmsterne	152
7.2. Analysen anderer extremer Heliumsterne	153

8. Der Entwicklungszustand der untersuchten Sterne	156
9. Zukünftige Arbeiten	172
Anhang A: Das Auer & Heasley – Verfahren	176
Quellenverzeichnis	185
Lebenslauf	191

Abbildungsverzeichnis

	Seite
Kapitel 1: Heliumsterne	
Abb.1.1: Positionen der spektralanalisierten wasserstoffarmen Sterne im $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ - Diagramm	8
Kapitel 3: Beobachtungsmaterial und Datenreduktion	
Abb.3.1: Die N V - Resonanzlinien in den IUE - Spektren von LSE 153 und LSE 263	18
Abb.3.2: Die CASPEC - Spektren der Programmsterne	22ff
Kapitel 4: Bestimmung der grundlegenden Atmosphärenparameter	
Abb.4.1: Vergleich der theoretischen Temperaturschichtungen bei verschieden detaillierter non - LTE - Beschreibung	55
Abb.4.2: Vergleich der Temperaturschichtungen von NLTE/C - und NLTE/L - Modellen	58
Abb.4.3: Temperaturschichtungen pekuliärer LTE - Modelle	61
Abb.4.4: Kontinuumsentstehungstiefen, Strahlungstemperaturen und Beiträge zum Strahlungsgleichgewicht des Modells (42500,5.5,0.95)	63
Abb.4.5: Verlauf der Heliumionisation im Modell (42500,5.5,0.95)	64
Abb.4.6: Das Modellgitter für $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$	73
Abb.4.7: Abhängigkeit der Äquivalentbreite $W(\text{HeII } \lambda 4686\text{\AA})$ von T_{eff} und $\log g$	75
Abb.4.8: Kurven konstanter Äquivalentbreiten in der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ - Ebene	76ff
Abb.4.9: Fitkurvendiagramme für drei Untersuchungsobjekte	79
Abb.4.10: Abhängigkeit der theoretischen H - He - Linienprofile von T_{eff} und $\log g$	83f
Abb.4.11: Vergleich der beobachteten H - He - Linienprofile von LSE 153 mit dem finalen Modell	89f
Abb.4.12: Vergleich der beobachteten HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ - Linie von LSE 153 mit verschiedenen Modellen	91
Abb.4.13: Vergleich der beobachteten H - He - Linienprofile von LSE 153 mit dem Modell (72500,4.9,0.99)	92

Abb.4.14:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von LSE 263 mit dem finalen Modell	94f
Abb.4.15:	Vergleich der beobachteten HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ – Linie von LSE 263 mit verschiedenen Modellen	96
Abb.4.16:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von LSE 263 mit dem Modell (70000,5.15,0.99)	97
Abb.4.17:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von LSE 259 mit den Modellen (90000,4.8,0.99) und (90000,4.7,0.99)	100
Abb.4.18:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von LSE 259 mit dem finalen Modell	101f
Abb.4.19:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von LSE 259 mit dem Modell (75000,5,0.99)	103
Abb.4.20:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von NGC 246 mit verschiedenen Modellen mit $T_{\text{eff}} = 100\,00\text{ K}$	106
Abb.4.21:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von NGC 246 mit verschiedenen Modellen mit $T_{\text{eff}} = 120\,00\text{ K}$	107
Abb.4.22:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von NGC 246 mit verschiedenen Modellen mit $T_{\text{eff}} = 140\,00\text{ K}$	108
Abb.4.23:	Vergleich der beobachteten H – He – Linienprofile von NGC 246 mit dem finalen Modell	109
Abb.4.24:	Theoretische Flußverteilung einer Heliumatmosphäre mit $T_{\text{eff}} = 130\,000\text{ K}$ und $\log g = 5.7$	111
Abb.4.25:	Vergleich der H I/HeII $\lambda\lambda 4101,4340\text{\AA}$ – Linien von LSE 153 mit dem Modell (70000,4.75,0.9)	113
Abb.4.26:	Vergleich der H I/HeII $\lambda\lambda 4101,4340\text{\AA}$ – Linien von LSE 263 mit dem Modell (70000,4.9,0.9)	113
Abb.4.27:	Vergleich der H I/HeII $\lambda\lambda 4101,4340\text{\AA}$ – Linien von LSE 259 mit dem Modell (75000,4.4,0.9)	114
Abb.4.28:	Vergleich der H I/HeII $\lambda\lambda 4340,4861\text{\AA}$ – Linien von NGC 246 mit dem Modell (130000,5.7,0.8)	114

Kapitel 5: Häufigkeitsanalyse der Metalle

Abb.5.1:	Termschema der non – LTE – Zustände des Kohlenstoffs zur Berechnung der C IV – Linien	122
Abb.5.2:	Fitkurven der C IV – Linien von LSE 153 im $(\epsilon_{\text{C}} - v_{\text{turb}})$ – Diagramm	127

Abb.5.3:	Fitkurven der C IV – Linien von LSE 263 im ($\epsilon_{\text{C}} - v_{\text{turb}}$) – Diagramm	127
Abb.5.4:	Fitkurven der C IV – Linien von LSE 259 im ($\epsilon_{\text{C}} - v_{\text{turb}}$) – Diagramm	127
Abb.5.5:	Fitkurven der C IV – Linien von NGC 246 im ($\epsilon_{\text{C}} - v_{\text{turb}}$) – Diagramm	127
Abb.5.6:	Vergleich der beobachteten C IV – Linienprofile von NGC 246 mit dem Modell	129
Abb.5.7:	Temperaturschichtung des finalen Modells für NGC 246	130
Abb.5.8:	Termschema der non – LTE – Zustände des Stickstoffs zur Berechnung der N III – Linien	133
Abb.5.9:	Termschema der non – LTE – Zustände des Stickstoffs zur Berechnung der N V – Linien	135
Abb.5.10:	Fitkurven der N III – und N V – Linien von LSE 153 im ($\epsilon_{\text{N}} - v_{\text{turb}}$) – Diagramm	137
Abb.5.11:	Fitkurven der N III – und N V – Linien von LSE 263 im ($\epsilon_{\text{N}} - v_{\text{turb}}$) – Diagramm	137
Abb.5.12:	Fitkurven der N III – und N V – Linien von LSE 259 im ($\epsilon_{\text{N}} - v_{\text{turb}}$) – Diagramm	140
Abb.5.13:	Termschema der non – LTE – Zustände des Magnesiums zur Berechnung der MgII – Linien	145
Abb.5.14:	Vergleich der beobachteten und berechneten MgII – Linien	147

Kapitel 8: Der Entwicklungszustand der untersuchten Sterne

Abb.8.1:	Theoretische Kernmasse – Leuchtkraft – Beziehung für Heliumsterne	162
Abb.8.2:	Lage der analysierten Sterne im ($\log T_{\text{eff}} - \log g$) – Diagramm	164

Tabellenverzeichnis

Seite

Kapitel 0: Zusammenfassung

Tab.0.1:	Parameter der analysierten Sterne	2
----------	-----------------------------------	---

Kapitel 2: Die analysierten Sterne

Tab.2.1:	Beobachtungsdaten der Programmsterne	13
Tab.2.2:	Ergebnisse früherer Analysen der Programmsterne	13

Kapitel 3: Beobachtungsmaterial und Datenreduktion

Tab.3.1:	Verfügbare CASPEC – Spektrogramme der Programmsterne	20
Tab.3.2:	Beobachtete visuelle Linien in den CASPEC – Spektrogrammen	32f
Tab.3.3:	Gemessene und heliozentrische Radialgeschwindigkeiten	34

Kapitel 4: Bestimmung der grundlegenden Atmosphärenparameter

Tab.4.1:	Linienprofile von NLTE/C – und NLTE/L – Modellen	59
Tab.4.2:	Gemessene Äquivalentbreiten der H – He – Linien von LSE 153, LSE 263 und LSE 259	80
Tab.4.3:	Die projizierten Rotationsgeschwindigkeiten	87
Tab.4.4:	Obergrenzen der Wasserstoffhäufigkeiten	115

Kapitel 6: Bestimmung der abgeleiteten Größen

Tab.6.1:	Abgeleitete Sternparameter	151
----------	----------------------------	-----

Kapitel 7: Vergleich mit anderen Analysen

Tab.7.1:	Stellare Parameter der extrem heliumreichen B – Sterne	154
Tab.7.2:	Elementhäufigkeiten extrem heliumreicher Sterne	154

0. Zusammenfassung

Aufgabe dieser Dissertation ist die weitere Untersuchung der extrem heliumreichen Sterne. Im besonderen sind die stellaren Parameter von vier sehr heißen Mitgliedern dieser Gruppe anhand ihrer visuellen und Ultraviolettepektren zu bestimmen. Untersuchungsobjekte sind die sdO-Sterne LSE 153, LSE 263 und LSE 259 sowie der Zentralstern des Planetarischen Nebels NGC 246. Es wird versucht, die Entstehungsgeschichte der extrem heliumreichen Sterne zu klären.

Die Atmosphärenparameter Effektivtemperatur T_{eff} , Oberflächenschwerebeschleunigung g , Wasserstoff-, Kohlenstoff-, Stickstoff- und Magnesiumhäufigkeit der analysierten Sterne werden durch Vergleich mit non-LTE-Modellrechnungen bestimmt. Masse, Leuchtkraft, Radius und Entfernung ergeben sich dann durch Vergleich mit theoretischen Entwicklungsrechnungen. (Alle Daten in Tabelle [0.1].)

Die Untersuchungsobjekte werden als Sterne nach Durchlaufen des Asymptotischen Riesenastes identifiziert. Sie besitzen einen entarteten Kohlenstoff/Sauerstoff-Kern und beziehen ihre Energie aus einer heliumbrennenden Schalenquelle. Die analysierten sdO-Sterne treten als Stadium einer Entwicklung auf, die von den R CrB-Sternen über die extremen Helium-B-Sterne zu den betrachteten Objekten und weiter in das Gebiet der Weißen Zwerge führt. Der Zentralstern NGC 246 hat die gleiche Entwicklung seines inneren Aufbaus hinter sich, seine Vorläufer sind aber durch den entstehenden Planetarischen Nebel verhüllt gewesen.

Der Prozeß, durch den die Wasserstoffhülle der untersuchten Sterne verloren ging, kann zur Zeit nicht mit Sicherheit geklärt werden. Als wahrscheinlichste Möglichkeit erscheint ein starker und langandauernder Massenverlust durch stellare Winde auf dem Asymptotischen Riesenast, der die Materie unterhalb der früheren wasserstoffbrennenden Schicht freilegt.

Tabelle 0.1 : Parameter der analysierten Sterne

	LSE 153	LSE 263	LSE 259	NGC 246
T_{eff} [K]	70 000	70 000	75 000	130 000
$\log g$ [cm/sec ²]	4.75	4.90	4.40	5.7
$\log \epsilon_{\text{H}}$	≤ -1.0	≤ -1.0	≤ -1.3	≤ -1.0
$\log \epsilon_{\text{C}}$	-1.75	-4.0	-1.6	-0.5
$\log \epsilon_{\text{N}}$	-2.6	-2.35	-2.0	-
$\log \epsilon_{\text{Mg}}$	-3.3	≤ -3.5	-2.5	-
$\log L/L_{\odot}$	3.85	3.70	4.45	3.98
$M/M_{\odot}$	0.7	0.7	0.9	0.7
$R/R_{\odot}$	0.58	0.49	0.99	0.20
d [kpc]	1.26	1.83	2.37	0.96

1. Heliumsterne

Das häufigste Element im Kosmos ist Wasserstoff. Von allen Atomnuklei sind etwa 90 % Protonen, runde 10 % entfallen auf Alphateilchen, und nur 0.2 % sind Kerne von Elementen schwerer als Helium, von denen wiederum Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff den größten Anteil stellen. Speziell das He/H - Verhältnis spiegelt sich in den Atmosphären aller Sterne auf der Hauptreihe des Hertzsprung - Russell - Diagramms wider. Auch in den folgenden Phasen der stellaren Evolution sollte sich nach den zur Zeit verfügbaren Ergebnissen der Sternentwicklungstheorie dieses Verhältnis in den beobachtbaren Schichten des Sterns nicht ändern, allenfalls für eine Reduzierung der Heliumhäufigkeit in den Photosphären von Weißen Zwergen, den äußerst kompakten Endstadien der Sternentwicklung, durch gravitationsbedingtes Absinken dieses Elementes existieren theoretische Vorhersagen (Vauclair *et al.*, 1979; Michaud *et al.*, 1983). Nachdem aber Popper (1942) feststellte, daß die Atmosphäre des Sterns HD 124448 zur Hauptsache aus Helium besteht, sind seitdem etwa siebzig weitere Sterne in einem Entwicklungszustand vor Erreichen der Weißen Zwerg - Konfiguration identifiziert worden, deren photosphärischer Wasserstoffgehalt gegenüber der Normalzusammensetzung drastisch reduziert ist. Auch unter den Weißen Zwergen sind mittlerweile viele Objekte gefunden worden, deren gesamte Wasserstoffmasse geringer als $10^{-16} M_{\odot}$ sein muß (Koester, 1976; Dziembowski & Koester, 1981). Ein Großteil von ihnen zeigt Spektren ohne Hinweis auf Wasserstoff, stattdessen werden HeII - Linien, C₂ - Banden oder auch kontinuierliche Spektren beobachtet (Spektraltypen DO, DB, DC, $\lambda 4670$, siehe z.B. Liebert, 1980).

Offenbar ist also die augenblickliche Sternentwicklungstheorie unvollständig. Eine Klärung der Entstehungsgeschichte der obengenannten pekuliären Objekte ist aber nicht nur 'an sich' interessant, sondern hat darüberhinaus Implikationen für die chemische Entwicklung der interstellaren Materie und damit der Galaxis *in toto*. Einerseits geht die Wasserstoffreduzierung einher mit einer Anreicherung verschiedener Elemente schwerer als Helium (Hunger, 1975; Schönberner, 1975; Heber, 1981; diese Arbeit). Auf der anderen Seite zeigt die Anfangs - Endmassenrelation (z.B. Weidemann, 1980), daß zumindestens alle Sterne mit Hauptreihenmassen größer als eine Sonnenmasse einen erheblichen Teil ihrer Materie an das interstellare Medium zurückgeben. Dabei kommt es nur bei Sternen mit mehr als etwa $9 M_{\odot}$ Anfangsmasse zu einer Supernova Typ II - Explosion (z.B. Iben & Renzini, 1983). Bei allen anderen Sternen muß man weniger spektakulären

Massenverlust durch stellare Winde annehmen, die sowohl in frühen als auch in späten Spektraltypen beobachtet werden. Es ist daher wichtig zu klären, welche Prozesse für die Entstehung stellarer Winde (insbesondere bei Roten Riesen und Überriesen) und die Entwicklung der Oberflächenchemie verantwortlich sind. Dazu ist – neben weitergehenden Untersuchungen auf dem Felde der Entwicklungstheorie – eine genaue Festlegung und Analyse der Beobachtungsfunde jener Sterne notwendig, die diese Effekte in besonderer Weise zeigen. Dazu gehören gewiß die Heliumsterne.

Wasserstoffdefizit ist am offenkundigsten bei solchen Sternen, deren Spektren bei normaler chemischer Zusammensetzung die Balmerreihe deutlich zeigen (das sind die Spektraltypen B – F, frühe G – Sterne). In O – und sdO – Sternen überlagert sich der Wasserstoffbalmerreihe die Brackettreihe des ionisierten Heliums und macht dadurch die Entdeckung einer Unterhäufigkeit von Wasserstoff schwieriger. Eine direkte Bestimmung des He/H – Verhältnisses dagegen ist nur möglich, wenn die stellare Temperatur für eine Anregung des Heliums hoch genug ist. Dies ist im allgemeinen nur bei Spektraltypen früher als A0 der Fall. Aus diesen Gründen wird häufig mit dem Terminus 'Heliumstern' im engeren Sinne ein wasserstoffarmer und heliumreicher B – Stern bezeichnet. In einer noch restriktiveren Definition, die gelegentlich anzutreffen ist, muß ein Stern noch zusätzlich das Kriterium der Kohlenstoffüberhäufigkeit erfüllen.

In dieser Arbeit soll der Begriff des 'Heliumsternes' etwas weiter gefaßt werden. Er umschließt alle wasserstoffarmen Objekte mit beobachtbaren Heliumlinien, also die Spektraltypen O und B, unabhängig von der Kohlenstoffhäufigkeit. Bezüglich der Stärke des Wasserstoffdefizits folgen wir im wesentlichen der Namensgebung von Hunger (1975): Er unterscheidet extreme und intermediäre Heliumsterne anhand des Häufigkeitsverhältnisses $N_{\text{H}}/N_{\text{He}}$, wobei er als Grenze den Wert 0.1 annimmt. Dieser Zahl kommt indessen keine eigentliche Bedeutung zu, da sie weder theoretisch bedingt noch entscheidend für die empirische Unterscheidung der beobachteten Objekte ist. Weil bei der Analyse von O – Sternen aber in einigen Fällen selbst gute Spektrogramme einen Wasserstoffanteil von 10 % weder bestätigen noch ausschließen können (siehe das Kapitel 4 dieser Arbeit), halten wir beim jetzigen Stande der Beobachtungskunst eine Grenze zwischen extremer und intermediärer Heliumhäufigkeit von $N_{\text{H}}/N_{\text{He}} = 0.2$ für angebracht. Im Folgenden liegt das Hauptgewicht der Darstellung auf der extremen Unterklasse.

Die hier benutzte Definition eines Heliumsterns schließt – um sich nicht allzu weit vom herrschenden Sprachgebrauch zu entfernen – die R CrB – Sterne aus. Diese unregelmäßig Veränderlichen – von denen der *"General Catalogue of Variable Stars"* und seine Nachträge (Moskau, 1969 – 1971) 38 Objekte auführt – sind ebenfalls wasserstoffarm, und mit Hilfe von Atmosphärenmodellen läßt sich eine Komposition mit überwiegendem Heliumanteil und stark erhöhter Kohlenstoffhäufigkeit ($\approx 3\%$) feststellen (Schönberner, 1975). Auch die s – Prozeß – Elemente Strontium, Yttrium und Barium erweisen sich als angereichert (Bond *et al.*, 1979; Hunger *et al.*, 1982).

In der Übersichtsarbeit von Hunger (1975) werden acht extreme und intermediäre Heliumsterne des Spektraltyps B angeführt. Für die Hälfte der Sterne aus der extremen Untergruppe liegen mittlerweile Feinanalysen vor (Schönberner & Wolf, 1974; Kaufmann & Schönberner, 1977; Walker & Schönberner, 1981; Heber, 1981). Alle vier weisen Leuchtkräfte um $10^4 L_{\odot}$ auf, und ihre Kohlenstoffhäufigkeiten liegen dicht bei 1 %. Wasserstoff tritt nur mit einem Teilchenzahlbruchteil von 10^{-3} oder geringer auf. Sauerstoff ist gegenüber der solaren Häufigkeit etwas reduziert, während Stickstoff uneinheitlich Häufigkeiten zwischen einfachem und zehnfachem solaren Wert zeigt. Drilling (1985) gibt eine Liste aller zur Zeit bekannten extremen Helium – B – Sterne mit hohem Kohlenstoffgehalt. Verglichen mit der Aufstellung von Hunger (1975) enthält sie 17 weitere Objekte, von denen vier Doppelsterne und zwei R CrB – Sterne sind.

Neben den Heliumsternen des Spektraltyps B führt Hunger (1975) ein weiteres Dutzend von heliumreichen Sternen an, die als 'sdO' spektralklassifiziert waren. Eine Unterteilung nach extremer und intermediärer Heliumhäufigkeit wird nicht gegeben. Sie ist auch nur aufgrund von Feinanalysen möglich, die aber wegen der hohen Temperaturen die Berücksichtigung von non – LTE – Effekten erfordern. Solche Untersuchungen wurden erst in den Jahren nach 1975 verfügbar (Kudritzki & Simon, 1978; Hunger & Kudritzki, 1980; Hunger *et al.*, 1981; Kudritzki *et al.*, 1982; Simon, 1982; Gruschinske *et al.*, 1983). Danach zeigen auch die Helium – O – Sterne zwei deutlich getrennte Gruppen bezüglich der Heliumhäufigkeit : Die zur Zeit besser untersuchte intermediäre Gruppe zeigt – bei Temperaturen zwischen 40 000 und 55 000 K sowie $\log g \approx 5 - 6$ – ein Verhältnis $N_{\text{He}}/N_{\text{H}} \approx 1$. Soweit Analysen der Stickstoffhäufigkeit vorliegen, erweist sich dieses Element als angereichert. Eine Liste aller als extrem heliumreich identifizierten sdO – Sterne wurde von Heber (1984, private Mitteilung) zusammengestellt. Sie

enthält dreizehn Objekte, von denen sechs auch schon bei Hunger (1975) erwähnt wurden. Von der gesamten Gruppe waren fünf zu diesem Zeitpunkt (1984) bezüglich Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung feinanalysiert worden (Giddings, 1980; Hunger *et al.*, 1981). Genaue Metallhäufigkeiten waren nicht bekannt. Anhand von IUE – Spektrogrammen hoher Auflösung unterscheidet Heber aber drei Gruppen von extrem heliumreichen sdO – Sternen. Gruppe 1 (drei Objekte) ist reich an Stickstoff und arm an Kohlenstoff. Gruppe 2 (mit vier einander sehr ähnlichen Sternen) ist kohlenstoffreich, während die Stickstofflinien normal bis stark in Erscheinung treten. Gruppe 3 (sechs Sterne) zeigt niedrige Schwerebeschleunigungen und höhere Leuchtkräfte, gelegentlich mit Anzeichen von Massenverlust; die Sterne bilden anscheinend eine Fortsetzung der Helium – B – Sternesequenz.

Zentralsterne Planetarischer Nebel (ZPN) mit Heliumüberhäufigkeiten werden von Hunger (1975) nicht erwähnt. Ihre Identifizierung ist wegen der geringen Helligkeiten der ZPN, der Überlagerung von Wasserstoff – und Heliumlinien sowie der Kontaminierung der photosphärischen Linien durch Nebelemissionen sehr schwierig. Dennoch führen Méndez *et al.* (1985b) bereits 22 sicher bekannte sowie fünf vermutete extrem heliumreiche ZPN auf. Nur von zweien dieser Objekte sind die Positionen im $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ – Diagramm bekannt (Méndez *et al.*, 1985a; diese Arbeit).

Es ist als sicher anzunehmen, daß in den nächsten Jahren die Zahl der bekannten und vermuteten Heliumsterne durch Untersuchungen des Palomar – Green – Surveys der sehr blauen Sterne (Green *et al.*, in Vorbereitung) stark ansteigen wird.

Zwischen den Analysenmethoden für B – und für O – Sterne (inklusive ZPN) mit extremer Heliumüberhäufigkeit bestehen einige Unterschiede. Beiden gemeinsam ist die Benutzung von theoretischen Atmosphärenmodellen. Für die niedrigen Temperaturen der B – Sterne ist die Annahme von LTE noch tragbar, womit die Berechnung der Modelle wesentlich vereinfacht wird. Auch die Berechnung von Linienstärken ist unter dieser Annahme für viele Elemente möglich, so daß Feinanalysen der Helium – B – Sterne mit sehr vielen Elementhäufigkeiten aufwarten können. Die heißeren O – Sterne und ZPN lassen sich dagegen nur mit großem rechnerischen Aufwand modellieren, da die Besetzungszahlen der atomaren Zustände sich nicht mehr im LTE befinden und daher nur durch Bilanzierung der

mikroskopischen Be- und Entvölkerungsprozesse bestimmbar sind. Ein ähnlich hoher Aufwand ist notwendig zur Berechnung des synthetischen Spektrums eines einzigen Ions. Demzufolge sind Bestimmungen von Elementhäufigkeiten in heißen Sternen rar und auf wenige, atomdatenmäßig gut zugängliche Elemente beschränkt.

Hunger (1975) weist darauf hin, daß Atmosphärenmodelle für extreme Helium-B-Sterne empfindlich von der angenommenen restlichen Wasserstoffhäufigkeit abhängen. Der Grund dafür ist, daß bei diesen Objekten die Hauptopazität vom neutralen Helium geliefert wird. Dessen Opazitätsprofil weist aber ein tiefes Minimum langwellig der Grundzustandsabsorptionskante bei $504 \text{ \AA}$ auf, bedingt durch den großen energetischen Abstand zwischen Grund- und erstem angeregten Zustand. Auch geringe Spuren von Wasserstoff (Massenbruchteil 10^{-3}) füllen diese Opazitätslücke auf und beeinflussen so die Atmosphärenstruktur. Dagegen wird die Atmosphärenschichtung der O-Sterne durch He^+ bestimmt. Zusätzliche Wasserstoffabsorption fällt hier mit dem He^+ -Opazitätsprofil zusammen und hat bei Wasserstoffhäufigkeiten von 10 % oder kleiner keinen Einfluß, sofern die Effektivtemperatur höher als $35\,000 \text{ K}$ ist (siehe Kapitel 4).

Eine einfache Relation zur Abschätzung des $N_{\text{H}}/N_{\text{He}}$ -Verhältnisses anhand der Äquivalentbreitenverhältnisse $\text{H}_\gamma/\text{HeI } \lambda 4471 \text{ \AA}$ oder $\text{H}_\delta/\text{HeI } \lambda 4026 \text{ \AA}$ wird von Hunger (1975) angegeben. Sie hat nur Gültigkeit für Helium-B-Sterne, bei denen die Linien H_γ , H_δ und $\text{HeI } \lambda 4026 \text{ \AA}$ noch keine Beiträge von HeII haben. Bei Sternen des Spektraltyps O vergleichen diese Verhältnisse Linien verschiedener Ionisationsstufen desselben Elementes und sind daher keine Häufigkeits-, sondern Temperaturindikatoren.

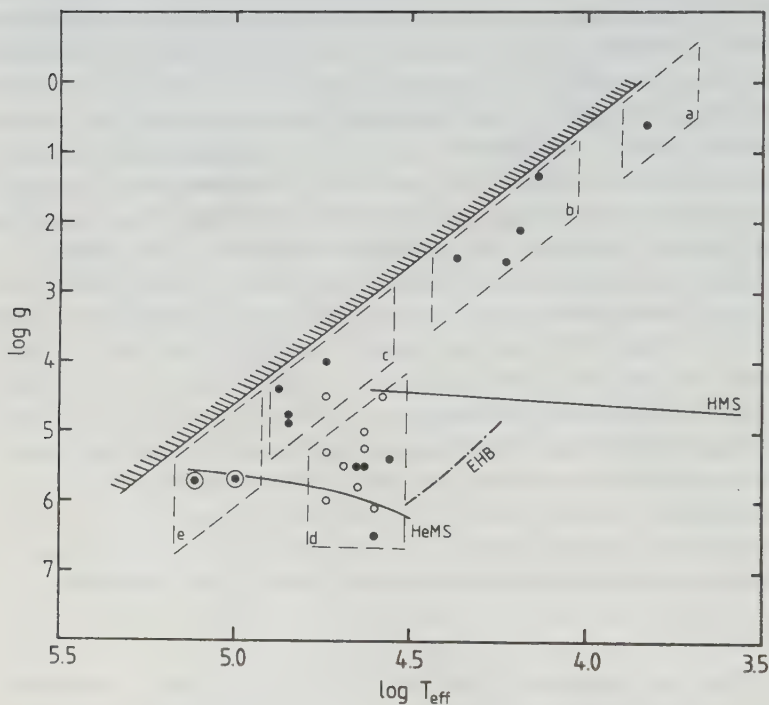


Abbildung 1.1 : Positionen der spektralanalisierten wasserstoffarmen Sterne im $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Diagramm (ohne Weiße Zwerge). Ausgefüllte Kreise bezeichnen eine Wasserstoffhäufigkeit $\epsilon_{\text{H}} < 0.2$, offene Kreise $0.2 < \epsilon_{\text{H}} < 0.8$. ZPN sind durch einen weiteren, äußeren Kreis gekennzeichnet. Die gestrichelten Kästen geben die Gebiete der R CrB-Sterne (a), der Helium-B-Sterne (b), der leuchtkräftigen (c) und der kompakten (d) sdO-Heliumsterne sowie der heliumreichen ZPN (e) an. Ferner sind das Eddingtonlimit (schraffierte Linie), die Wasserstoff(HMS)- und die Helium(HeMS)-Hauptreihe und die Verlängerung des Horizontalastes (EHB) eingezeichnet.

2. Die analysierten Sterne

Bei der Auswahl der Programmsterne für diese Analyse standen drei Aspekte im Vordergrund :

- Der Bereich von stellaren Parametern, für den aus vorherigen Analysen (vor allem Giddings, 1980) bekannt war, daß die Berechnung von Modellatmosphären dort auf Schwierigkeiten stößt (siehe dazu Abschnitt 4.2.4.), sollte vermieden werden.
- Die Analyse sollte das Gebiet im Hertzsprung – Russell – Diagramm, in dem das Phänomen der extremen Heliumüberhäufigkeit durch frühere Untersuchungen erforscht war, nach Möglichkeit erweitern.
- Sterne, für die gutes Beobachtungsmaterial im visuellen Spektralbereich vorlag, waren zu bevorzugen.

Unter diesen Gesichtspunkten erschienen drei extreme Heliumsterne aus dem spektroskopischen Survey von Drilling (1983) hervorragend geeignet, für die Dr.U.Heber zu Beginn des Jahres 1984 mit dem gerade verfügbar gewordenen Cassegrain – Echellespektrographen der Europäischen Südsternwarte in La Silla/ Chile gute Spektrogramme gewonnen hatte. Die Drilling'sche Untersuchung komplettiert die Case – Hamburg – Surveys der leuchtkräftigen Sterne der Milchstraße, die unter der Bezeichnung 'LS' (*luminous stars*) die Sterne bis zu einer Grenzgröße von $m_V \approx 12.5$ mag und einer galaktischen Breite $b^{\text{II}} \leq \pm 10^\circ$ auflisten (siehe Stephenson & Sanduleak, 1971). Drilling's Übersicht sucht nach Sternen mit schwachen oder fehlenden Wasserstoff – Balmerlinien in Spektrogrammen geringer Dispersion und spricht daher vorwiegend auf sehr heiße und/oder extrem heliumreiche Sterne an. Da diese sogenannten OB^+ – Sterne häufig bei größeren galaktischen Breiten gefunden werden, erweiterte Drilling das untersuchte Gebiet auf $b^{\text{II}} \leq \pm 30^\circ$ für galaktische Längen $l^{\text{II}} \leq \pm 60^\circ$. Die dort gefundenen Objekte werden mit dem Signum 'LSE' (*luminous stars extension*) bezeichnet. Drilling (1983) beschreibt für insgesamt zwölf neugefundene unterleuchtkräftige Sterne des Spektraltyps O Spektrogramme mit einer Dispersion von $40 \text{ \AA/mm}$ und stellt bezüglich der HeII – Linien große Ähnlichkeit der Objekte LSE 153, LSE 263 und LSE 259 mit dem Stern BD + 75 325 fest, für den Kudritzki *et al.* (1980) $T_{\text{eff}} = 55\,000 \text{ K}$, $\log g = 5.3$ und $N_{\text{He}}/N_{\text{H}} = 0.6$ bestimmt haben. Da aber in seinen Spektrogrammen die HeI – Linie $\lambda 4471 \text{ \AA}$ fehlt, vermutet er eine höhere Effektivtemperatur.

Dasselbe Ensemble von zwölf Sternen wurde von Schönberner & Drilling (1984) auf der Grundlage von IUE-Spektrogrammen geringer Auflösung des ultravioletten Spektralbereichs analysiert. (Bezüglich des IUE-Satelliten siehe auch Kapitel 3.) Die Spektren sind durch interstellare Absorption verfärbt und mußten für die Analyse entrötet werden. Schönberner und Drilling benutzten dafür das mittlere Rötungsgesetz von Seaton (1979) und ermittelten E_{B-V} aus dem interstellaren Absorptionsfeature bei 2200 Å. Die Spektren von LSE 153, LSE 263 und LSE 259 weisen die Linien N V $\lambda 1240\text{Å}$, C IV $\lambda 1550\text{Å}$, HeII $\lambda 1640\text{Å}$ und N IV $\lambda 1718\text{Å}$ auf, von denen die beiden erstgenannten im Spektrum von LSE 259 deutliche P Cygni-Profile zeigen und damit Hinweis auf einen starken Massenverlust dieses Sterns geben.

Die Effektivtemperaturen wurden von Schönberner und Drilling aufgrund des Verhältnisses R zwischen den entröteten integrierten Flüssen in der SWP- und in der LWR-Kamera bestimmt, das von der Definition und der Benutzbarkeit einem Spektralindex gleichkommt. Die Relation $R - T_{\text{eff}}$ eichten sie mittels LTE-Atmosphären und überprüften sie anhand einiger Sterne, deren Effektivtemperaturen durch spektrale Feinanalysen bekannt sind.

Obwohl die Temperaturbestimmung sehr heißer Sterne mittels des R-Indexes wesentlich unempfindlicher auf Unsicherheiten in der interstellaren Verfärbung reagiert als andere Methoden, die die kontinuierliche Energieverteilung als Temperaturindikator benutzen, bleiben jedoch einige Zweifel an der Genauigkeit dieses Verfahrens. Sie rühren zum Teil aus der Beobachtung von R-Werten, die den (angenommenermaßen extremalen) Wert einer Schwarzkörperenergieverteilung mit unendlicher hoher Temperatur übersteigen. Schönberner & Drilling (1984) vermuten als Grund dafür eine fehlerhafte Kalibration der SWP-Kamera des IUE-Satelliten bei Wellenlängen $\lambda < 1500\text{Å}$. Des weiteren wird in der zitierten Arbeit auch berichtet von einer starken Abhängigkeit des theoretischen R-Indexes von dem H/He-Verhältnis der Modellatmosphären, die auf sich ändernde Opazitäten zurückzuführen sein wird. Daher eröffnet sich die Frage, welchen Einfluß die vollkommen unberücksichtigten Linienopazitäten der Metalle in dem fraglichen Frequenzbereich auf die Temperaturbestimmung haben (sog. *line blocking*). Schönberner & Drilling (1985) finden zum Beispiel, daß die UV-Spektren dieser heißen Sterne stark von Linien des Fe^{4+} und Fe^{5+} geprägt sind. Möglicherweise noch bedeutender scheinen uns die aber die Effekte durch Massenverlust zu sein: Die sich ergebenden P Cygni-Profile der Windlinien zeigen zwar eine leicht

rotverschobene Emissionskomponente, die an Stärke aber selten dem breiten Absorptionstrog auf der blauen Seite des Profils gleichkommt. Effektiv ergibt sich für eine solche Linie ein deutlich verminderter Fluß über eine Breite von mehreren Angström. Bezeichnenderweise ist gerade für den deutliche P Cygni - Profile zeigenden Stern LSE 259 der niedrigste R - Wert in dem Ensemble von Schönberner & Drilling (1984) festzustellen. Es besteht somit der Verdacht, daß die chemische Zusammensetzung eines Sternes und sein eventuell vorhandener Massenverlust wenigstens im Einzelfall die aus dem R - Index bestimmte Temperatur beeinflussen können.

Schönberner & Drilling (1984) benutzten den Verfärbungsindex E_{B-V} auch, um auf Grundlage der Arbeiten von FitzGerald (1968), Lucke (1978) und Nandy *et al.* (1978) Entfernungen abzuleiten. Eine Inspektion dieser Veröffentlichungen zeigt aber, daß die dort schließlich abgeleiteten mittleren Verfärbungsrelationen - obschon teilweise für viele verschiedene Richtungen aufgestellt - über die starke Streuung der Einzelbestimmungen hinwegtäuschen, die vermutlich durch ausgeprägte Inhomogenitäten im interstellaren Medium hervorgerufen wird. In diesem Lichte betrachtet, erscheinen die von Schönberner und Drilling angegebenen Entfernungsunsicherheiten von 100 pc doch zu optimistisch zu sein.

Schließlich ist noch zu klären, ob LSE 153, LSE 263 und LSE 259 Mitglieder von Doppelsternsystemen oder Zentralsterne planetarischer Nebel sein können. Die Zugehörigkeit zu einem Doppelsternsystem ist im allgemeinen schwierig auszuschließen, zumal bei diesen neu entdeckten Sternen, für die bisher wenige Beobachtungen vorliegen. Durch die Photometrie von Drilling (1983) ist zumindestens Variabilität auf Zeitskalen von mehreren Stunden und damit die Existenz eines nahen Begleiters ausgeschlossen. Mehr kann allerdings zu diesem Punkt nicht ausgesagt werden. Ein planetarischer Nebel üblicher Ausdehnung und Dichte müßte auf den Suchkarten von Drilling (1983) (die Ausschnitte aus dem *ESO sky survey* darstellen) einwandfrei auszumachen sein, während sich ein sehr kompakter Nebel durch Emissionslinien in den visuellen Spektren verraten würde, die aber nicht beobachtet werden. Auf Grundlage des *ESO surveys* kann aber nicht ausgeschlossen werden, daß sehr dünne, ausgedehnte Nebel existieren.

Als weiteres Untersuchungsobjekt wurde in die hier vorgestellte Analyse der Prototyp einer recht exotischen Unterklasse der Zentralsterne planetarischer Nebel (ZPN), NGC 246 aufgenommen. (Obwohl die NGC - Nummer natürlich eigentlich

den Nebel bezeichnet, wollen wir im Folgenden diesen Namen auch für den Zentralstern verwenden.) Diese Gruppe ist gekennzeichnet durch Spektren sehr hoher Anregungsverhältnisse und wird charakterisiert durch das Auftreten von O VI – Emissionslinien (nach denen diese Klasse auch als 'O VI – Typ' benannt ist). Neben den Sauerstofflinien sind auch die C IV – Linien sehr stark vertreten, während die Linien des ionisierten Heliums deutlich im Hintergrund stehen. Die Spektren zeigen keinerlei Hinweis auf Wasserstoff.

Als einer der (scheinbar) hellsten ZPN wurde NGC 246 häufig beobachtet und in Untersuchungen aufgeführt. Die umfassendste Beschreibung sowohl des Nebels als auch des Zentralsterns gab Heap (1975). Danach hat der Nebel eine sehr geringe Elektronendichte von $100 - 200 \text{ cm}^{-3}$, während sein He/H – Verhältnis mit dem normalen Wert 1:10 verträglich ist. Für den Zentralstern bestimmt sie mit Hilfe der Zanstra – Methode (siehe Harman & Seaton, 1966) Effektivtemperaturen von 120 000 bis 200 000 K (abhängig von der angenommenen optischen Dicke des Nebels) und zugehörige Leuchtkräfte (in solaren Einheiten) $\log L/L_{\odot} = 3.0 - 3.6$.

Die von Heap(1975) zitierte Entfernung stammt von Minkowski & Baum (1960) und gilt als eine der bestbekanntesten unter den Zentralsternen. Sie beruht auf der spektroskopischen Parallaxe des um etwa zweieinhalb Leuchtkraftklassen schwächeren Begleitsterns von NGC 246, der als Spektraltyp G8V bis K0V klassifiziert wurde. Der Abstand der beiden Komponenten beträgt vier Bogensekunden. Davon abgesehen, daß die Einstufung als physisches Paar fehlerhaft sein kann, wirft ihr geringer Winkelabstand Probleme bei der Beobachtung auf. So konnten Minkowski & Baum (1960) die Komponenten nicht getrennt photometrieren, sondern sie überstrichen das Paar durch Teleskopbewegungen und zeichneten die zeitlichen Intensitätsverteilungen auf. Die erhaltenen Diagramme (aufgenommen in drei verschiedenen Farben) zeigten das durch den Hauptstern verursachte Maximum, während sich der Begleiter nur durch eine kleine Störung eines Flügels bemerkbar machte. Scheinbare Helligkeit und Farbindex des Begleiters wurden schließlich aus dieser Asymmetrie bestimmt. Bei diesen besonderen Schwierigkeiten ist es fraglich, ob Spektraltyp, Farbe und Helligkeit wirklich so genau festlegbar sind, wie die von den Autoren angegebenen Fehlergrenzen für die Entfernung ($\pm 40 \text{ pc}$) implizieren. Auf jeden Fall wäre es wünschenswert, daß diese spektroskopische Parallaxe, die von großer Bedeutung für das Studium der planetarischen Nebel und ihrer Zentralsterne ist (O'Dell, 1962 kalibriert damit zum Beispiel die Entfernungen von etwa hundert weiteren dieser Objekte), mit Hilfe moderner Beobachtungsinstrumente noch einmal untersucht wird.

Tabelle (2.1) : Beobachtungsdaten der Programmsterne (Für LSE 263 und LSE 259 gelten die gleichen Quellennachweise wie für LSE 153)

	LSE 153	LSE 263	LSE 259	NGC 246
Rektaszension α [hh mm.m]	13 50.0 ¹	18 58.3	16 49.8	00 44.5 ²
Deklination δ [° °']	- 46 30 ¹	- 51 34	- 55 57	- 12 09 ²
galaktische Länge l^{II} [°]	315	346	333	120
- " - Breite b^{II} [°]	+ 16	- 23	- 8	- 75
visuelle Magnitude m_V	11.35 ¹	11.8	12.6	11.95 ³
Farbindex $B - V$ [mag]	- 0.26 ¹	-	-	- 0.37 ³
- " - $U - B$ [mag]	- 1.24 ¹	-	-	- 1.20 ³
Farbexzeß $E_B - V$ [mag]	0.09 ⁴	0.11	0.20	0.0 ³

Tabelle (2.2) : Ergebnisse früherer Analysen der Programmsterne (Für LSE 263 und LSE 259 gelten die gleichen Quellennachweise wie für LSE 153)

	LSE 153	LSE 263	LSE 259	NGC 246
Effektivtemperatur T_{eff} [K]	89 000 ⁴	74 000	59 000	120 000 - 200 000 ⁵
Leuchtkraft $L/L_{\odot}$	6.3(2) ⁴	3.2(2)	4.0(2)	1(3) - 4(3) ⁵
abs.vis.Magn. M_V [mag]	4.1 ⁴	4.5	3.3	3.8
Entfernung d [pc]	250 ⁴	250	550	420 ⁶

Quellen :

- ¹Drilling(1983)
- ²Kaler(1983)
- ³Shao&Liller(1970)
- ⁴Schönberner&Drilling(1984)
- ⁵Heap(1975)
- ⁶Minkowski&Baum(1960)

3. Beobachtungsmaterial und Datenreduktion

3.1. Vorbemerkungen

Der überwiegende Teil des in diesem Kapitel angesprochenen Beobachtungsmaterials stand in bereits bearbeiteter Form zu Verfügung, und mit Ausnahme des visuellen Spektrums von NGC 246 (siehe unten) stellen Aufnahme und Bearbeitung der Spektrogramme (soweit "Bearbeitung" die Reduktion der Rohdaten bis zur linearen Darstellung der spektralen Intensitätsverteilung meint) nicht Inhalt dieser Arbeit dar. Dennoch sollen diese Punkte hier angesprochen werden, da sie für die Beurteilung der Datenqualität von Wichtigkeit sind.

Zunächst einmal ist zu bemerken, daß sämtliche verfügbaren Spektrogramme hoher Auflösung der zu analysierenden Objekte mittels Echellespektrographen aufgenommen wurden. Deren Bauprinzip erfreut sich in jüngster Zeit ständig wachsender Beliebtheit, weil es zum einen den Bau kurzer Spektrographen ermöglicht (wichtig z.B. bei der Konstruktion astronomischer Spektroskopiesatelliten), zum anderen läßt sich damit ein großer Spektralbereich in hoher Auflösung auf eine kompakte Detektorfläche abbilden. Mit der zügig voranschreitenden Ablösung bzw. Ergänzung der Photoplatte durch elektronische Detektoren (Bildverstärker – und Wandlerröhren, CCDs u.ä.) gewinnt vor allem der letztere Grund an Bedeutung.

Diesen Vorteilen stehen allerdings einige Probleme nachteilig gegenüber. Die wichtigsten davon sind die wechselseitige Beeinflussung benachbarter Echelleordnungen durch Streuung und die nicht von vornherein bekannte, spektrographenbedingte Intensitätsverteilung innerhalb einer Ordnung (die sogenannte "Ripple" – Funktion). Diese Funktion läßt sich zwar theoretisch aus den Energieverteilungen durch Spektrographenspalt und Gitter unter idealisierten Annahmen herleiten, in der Praxis ergeben sich aber durch vermutlich mehrere Effekte (z.B. Einfluß realer statt idealisierter Voraussetzungen, Unregelmäßigkeiten in der Fertigung, Vignettierung im Apparat) signifikante Abweichungen von der berechneten Form. Bedauerlicherweise ist die empirisch bestimmte Ripplefunktion nicht konstant für alle Echelleordnungen, sie ist daher individuell für alle auftretenden Ordnungen anzupassen. Wo das für eine Ordnung nicht möglich ist – wegen mangelnder Festlegbarkeit des stellaren Kontinuumsverlaufes durch viele oder sehr breite Linien –, muß die Ripplefunktion durch Interpolation aus benachbarten

Ordnungen abgeschätzt werden.

Das Problem der Streuung wurde für den Fall der IUE – Daten von Giddings (1980) diskutiert. Im Prinzip handelt es sich darum, daß das Hintergrundsignal, das von den Rohdaten abgezogen werden muß, um das wahre Nutzsignal zu erhalten, schwierig zu bestimmen ist, da es zwischen den Echelleordnungen überlagert wird von Streulicht quer zu den Ordnungen. Wird dieses Streulicht nicht adäquat berücksichtigt, so wird das Hintergrundrauschen zu hoch ermittelt. Nach Subtraktion von den Rohdaten ergibt sich damit ein Spektrogramm mit zu großen Linienstärken.

3.2. IUE – Spektrogramme

An Bord des "International Ultraviolet Explorer"(IUE) – Satelliten befinden sich für spektroskopische Zwecke vier Kameras, von denen je zwei den kurzwelligen (1150 – 2100 Å) und den langwelligen (1845 – 3250 Å) Bereich des sogenannten "Satelliten – UV's" abdecken. Von den jeweils zwei gleichartigen Kameras gilt eine als Hauptsystem ("primary"), die andere als Ersatzsystem ("redundant"). Das 45 – cm – Teleskop des Satelliten speist für beide Spektralbereiche je einen Echelle-spektrographen, mit denen eine Auflösung von 0.1 – 0.2 Å erzielt wird. Alternativ kann aber auch das Echellegitter durch einen Spiegel ersetzt werden, die dadurch verringerte Auflösung beträgt nun 6 – 9 Å bei gleichzeitig 200 – fach gesteigerter Empfindlichkeit. Spektrallinienanalyse ist daher nur mit IUE – Spektrogrammen hoher Auflösung möglich, die niedrig auflösenden Spektrogramme bieten dagegen den Vorteil einer Kalibrierung auf absolute Flüße.

Eine Untersuchung der SWP("short wavelength primary") – und LWR("long wavelength redundant") – Aufnahmen niedriger Auflösung wurde – wie bereits in Kapitel 2 angesprochen – für LSE 153, LSE 263 und LSE 259 von Schönberner & Drilling (1984) durchgeführt. Die für die vorliegende Arbeit notwendigen hochaufgelösten Spektren dieser Sterne sind bislang nur für LSE 153 und LSE 263 im kurzwelligen Bereich gemessen worden, die entsprechenden Aufnahmen SWP18055 und SWP18056 wurden am 22. September 1982 von Dr. D. Schönberner als Gastbeobachter in der IUE – Bodenstation im Goddard Space Flight Center (GSFC), Greenbelt, Maryland, USA belichtet. Von diesen Spektrogrammen standen für die Analyse nur einige Spektralbereiche von jeweils 30 Å Breite zur Verfügung, die die Linien He II $\lambda 1640\text{\AA}$, C IV $\lambda\lambda 1548, 1550\text{\AA}$ und N V $\lambda\lambda 1239, 1243\text{\AA}$ zeigen. Unglücklicherweise waren die Daten aber mit der Software des GSFC reduziert worden, die das im vorangegangenen Abschnitt angesprochene Streulichtproblem nicht angemessen behandelt. Offensichtlich wird dieser Mangel bei Betrachtung der Lyman – alpha – Linie des Wasserstoffs bei 1215 Å, die im Linienzentrum durch interstellare Absorption den Fluß Null haben sollte. Tatsächlich ergibt die in Frage stehende Datenreduktion aber negative Flußwerte, was dadurch zu erklären ist, daß die von den Rohdaten zu subtrahierende – und in der Mitte zwischen den Ordnungen ermittelte – Höhe des Hintergrundrauschens durch Vernachlässigung des Streueffektes zu hoch bestimmt wird. Wie bei Giddings (1980) hervorgehoben, besteht das Streuproblem nicht nur für die kürzesten Wellenlängen des Spektrogramms – wo die Ordnungen am engsten beieinander-

liegen – , sondern auch am anderen Ende des aufgenommenen Spektralbereiches.

Es existiert daher der begründete Verdacht, daß auch die oben erwähnten Helium – , Kohlenstoff – und Stickstofflinien durch den Defekt der Software beeinträchtigt, genauer : daß deren Einsenkungen überbestimmt sind. Eine Neubearbeitung der – zugänglichen – Rohdaten war mangels eines geeigneten Programms in München nicht möglich. Bei der Bestimmung von Effektivtemperatur, Schwerebeschleunigung und H/He – Verhältnis (durch Untersuchung von Wasserstoff – und Heliumlinienprofilen, siehe Kapitel 4) fand die Linie He II $\lambda 1640\text{\AA}$ daher keine Berücksichtigung. Die Analyse der Kohlenstoffhäufigkeiten (Kapitel 5) wertet die entsprechenden UV – Linien mit aus, erkennt allerdings ihren zusätzlichen Unsicherheitsfaktor an und räumt ihr deshalb nur ein reduziertes Gewicht ein. Die N V $\lambda\lambda 1239,1243\text{\AA}$ – Linien schließlich erweisen sich als mit den vorhandenen, auf Annahme einer statischen Atmosphäre basierenden Modellprogrammen nicht analysierbar, da ihre asymmetrischen Profile den Einfluß stellarer Winde offenbaren (vergl. Abbildung 3.1).

Für NGC 246 existieren zwei IUE – Spektrogramme hoher Auflösung : SWP3353 wurde am 15. November 1978 (vermutlich durch Dr. S. R. Heap) im GSFC aufgenommen, LWR6807 dagegen im Rahmen eines britischen Projektes am 28. Januar 1980 in der europäischen Bodenstation in Villafranca del Castillo, Spanien. Beide Spektrogramme wurden der World Data Bank, London entnommen und sowohl in Rohdatenform als auch in neu reduzierter Form von Dr. I. Howarth und Dr. A. E. Lynas – Gray zur Verfügung gestellt. Das Streulichtproblem wurde dabei in bestmöglicher Weise berücksichtigt.

Das hauptsächliche Interesse richtete sich auch bei den NGC 246 – UV – Spektrogrammen auf die Resonanzlinien des Kohlenstoffs bei $1550\text{\AA}$ und des Stickstoffs bei $1240\text{\AA}$ sowie auf die He II – Linie $\lambda 1640\text{\AA}$ des Übergangs $n=2 - n'=3$. Deshalb wurde nicht der Versuch einer möglichst umfassenden Identifizierung der auftretenden Absorptionslinien gemacht. Trotzdem ist auffallend, daß die Spektren Dutzende von C IV – Linien zeigen (nahezu alle zugelassenen Übergänge im Termschema mit passender Wellenlänge), dazu Linien des C V und – möglicherweise – des C VI. Diese Fülle an Kohlenstofflinien muß aber späteren Untersuchungen überlassen werden, denn das vorhandene Modellatom für dieses Element ist zugeschnitten auf die Analyse der im Visuellen liegenden C IV – Übergänge sowie der Resonanzlinien bei $1550\text{\AA}$.

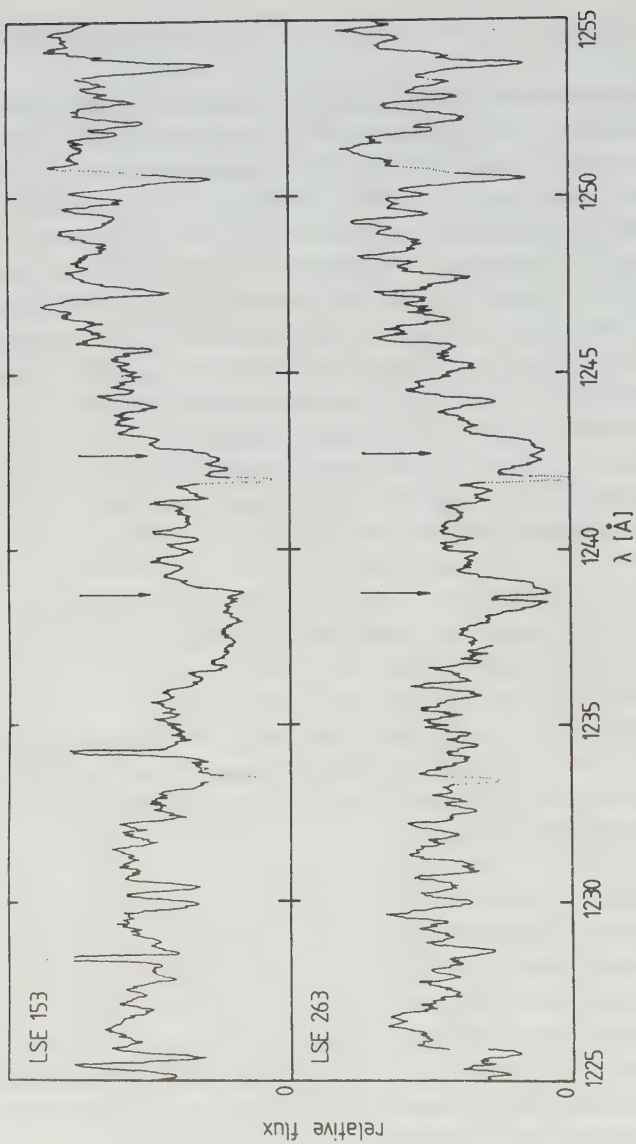


Abbildung 3.1 : Die N V - Resonanzlinien in den IUE - Spektren von LSE 153 und LSE 263. Die Pfeile kennzeichnen die entsprechenden der Radialgeschwindigkeiten (siehe Abschnitt 3.3.) korrigierten Laborwellenlängen des Multipletts.

3.3. CASPEC – Spektrogramme

Der Cassegrain – Echellespektrograph (CASPEC) der europäischen Südsternwarte (European Southern Observatory, ESO) wird – wie der Name teilweise schon andeutet – am Cassegrainfokus des 3.6m – Teleskopes in La Silla/Chile betrieben. Als Detektor wird ein CCD (charge coupled device) verwendet. Der insgesamt nutzbare Spektralbereich erstreckt sich von etwa 3650 Å bis 9500 Å, wobei aber immer nur ein Abschnitt von knapp 1000 Å Breite auf das CCD abgebildet und damit meßbar wird. Die Zentralwellenlänge dieses Abschnittes ist frei wählbar und wird durch Bewegen des zweiten Gitters (des "cross dispersers") eingestellt. Bei Verwendung des Standardchelegitters mit 31.6 Linien/mm entspricht die geometrische Ausdehnung eines CCD – Pixels einem Wellenlängenbereich von etwa 0.12 Å, womit die maximale Auflösbarkeit der Spektrogramme festgelegt ist. Bei durchschnittlichen Wetterbedingungen weist das Sternscheibchen allerdings einen Durchmesser von 1.5 – 2 Bogensekunden auf, und zur Vermeidung von Lichtverlusten muß die Größe des Spektrographenspaltes dieser Ausdehnung angepaßt sein. Im Cassegrainfokus des 3.6m – Teleskopes ergibt sich damit eine Spaltbreite von 350 µm, die wiederum auf dem Detektor ein Apparateprofil von 0.3 Å Breite erzeugt.

Aus dem Vergleich der angegebenen Pixelgröße und der Breite des Apparateprofils (bei 350 µm Spaltbreite) ergibt sich übrigens, daß ohne wesentliche Reduzierung der spektralen Auflösung die Ladungen zweier benachbarter CCD – Pixel beim Auslesen der Daten kombiniert werden können (sogenanntes "on – line binning"). Um die Bestimmung des Hintergrundsignals zwischen den Echelleordnungen nicht zu beeinflussen, werden vorzugsweise die Pixel in Dispersionsrichtung zusammengefaßt anstatt quer dazu. Gegenüber der späteren Mittelung im Rahmen der Datenreduktion bietet das hardwaremäßige "on – line binning" den Vorteil einer Reduzierung des Ausleserausens und empfiehlt sich daher vor allem für lichtschwache Objekte.

Die nachfolgende Tabelle (3.1) listet alle bisher durchgeführten CASPEC – Beobachtungen der Programmsterne zusammen mit Angaben über den dargestellten Spektralbereich in Angström, das ungefähre Signal – zu – Rauschverhältnis (S/N) der Spektrogramme, on – line binning, Belichtungszeit t_{exp} in Minuten, Beobachtungsdatum und Beobachter .

Tabelle (3.1) : Verfügbare CASPEC – Spektrogramme

Nr.	Objekt	Bereich	S/N	Bin.	t _{exp}	Datum	Beobachter
1	LSE 153	3900 – 4850	25	nein	30	03.04.84	Dr.U.Heber
2	LSE 263	– " –	15	nein	35	03.04.84	– " –
3	LSE 259	– " –	20	nein	60	03.04.84	– " –
4	NGC 246	4000 – 4900	50	ja	60	10.12.84	D.Husfeld
5	NGC 246	– " –	60	ja	75	01.10.85	– " –
6	NGC 246	4900 – 5900	60	ja	75	01.10.85	– " –

Die Daten der Aufnahmen 1 bis 3 wurden von Dr.U.Heber reduziert, wobei zur Extraktion der Echelleordnungen und auch der zwischen den Ordnungen gelegenen Streifen (benötigt zur Bestimmung des Hintergrundsignals) aus dem zweidimensionalen Datenbild sowie für die Wellenlängenkalibration die MIDAS – Software der ESO in Garching benutzt wurde, während die Weiterverarbeitung der Einzelordnungen – insbesondere die Trennung des wahren Hintergrundrauschens vom dem Streulichtanteil der benachbarten Ordnungen und die Festlegung der Ripplefunktionen – in der Kieler Sternwarte geschah.

Die vierte Aufnahme (NGC 246) wurde vom Autor unter Benutzung des von Dr.T.Gehren, München entwickelten Softwarepaketes reduziert. Die Verarbeitung der beiden letzten Aufnahmen (Nr.5 und 6) wurde von Prof.Dr.H.G.Groth in Angriff genommen, die Spektrogramme konnten aber nicht mehr in die hier vorgestellte Untersuchung aufgenommen werden (vergl. das Aufnahmedatum in obiger Tabelle).

Da nun zwei unabhängige Reduktionsprogramme für CASPEC – Daten existieren (mit unterschiedlicher Philosophie : zum Beispiel geschieht im Münchner Programm die Anpassung der Ripplefunktionen automatisch durch einen Rechneralgorithmus, während die Kieler Software die interaktive Definition dieser Hüllkurven verlangt), war es von Interesse, ihre Ergebnisse bei identischen Rohdaten miteinander zu vergleichen. Dazu stellte Dr.Heber Kopien der Originaldaten für LSE 153, LSE 263 und LSE 259 zur Verfügung, und es wurde der Versuch unternommen, sie mit Hilfe des Münchner Programmes zu bearbeiten. Wegen des relativ starken Rauschens dieser Spektrogramme stieß der Versuch allerdings zunächst auf Schwierigkeiten bei der automatischen Definition der Ripplefunk-

tionen, so daß der Vergleich auf die Daten des bestbelichteten Sternes, LSE 153, beschränkt wurde, für den mit etwas Geduld und zusätzlicher Arbeit das Programm zu befriedigendem Arbeiten gebracht werden konnte. Die Gegenüberstellung ergab schließlich, daß die kritischen, weil breiten und tiefen Linien von Wasserstoff und Helium in beiden Bearbeitungen der Rohdaten zu den gleichen Profilen und Zentraleinsenkungen führen. Beide Verfahren dürfen daher als gleichwertig gelten.

Die vier schließlich für die Untersuchung verwendeten CASPEC - Spektrogramme sind in Abbildung (3.2) zusammen mit Markierungen der identifizierten und auch der markantesten nichtidentifizierten Linien dargestellt. Für die identifizierten Übergänge gibt die Markierungslinie die Laborwellenlänge an, für nichtidentifizierte Linien wurde die gemessene Zentralwellenlänge um den Betrag der Relativgeschwindigkeit Stern - Erde korrigiert (siehe unten). Diese visuelle Darstellung wird ergänzt durch die mehr quantitativen Zwecken dienende Tabelle (3.2), die die Meßwerte aller Zentralwellenlängen den Laborwerten und den genauen Bezeichnungen der Übergänge gegenüberstellt. Die Beobachtungswerte wurden aus den Spektrogrammen mit einer Genauigkeit von $0.1 \text{ \AA}$ gemessen, bei stark verbreiterten Linien ist allerdings eher eine Unsicherheit von $0.4 \text{ \AA}$ anzunehmen (gekennzeichnet durch ':' hinter dem Meßwert). In den Fällen, wo eine Zentralwellenlänge mit vernünftiger Genauigkeit nicht bestimmbar ist (das betrifft einige der bei NGC 246 beobachtbaren Linien), enthält die Tabelle lediglich ein 'p' zum Zeichen, daß die Linie im Spektrum vorhanden ist. Ein Strich dagegen zeigt an, daß der Übergang nicht nachweisbar, ein Fragezeichen, daß der Nachweis fragwürdig ist. Laborwellenlängen und Multiplettbezeichnungen entstammen den einschlägigen Werken von Ch.Moore ("selected tables").

Alle Wellenlängen werden in den CASPEC - Spektrogrammen in Bezug auf eine Skala gemessen, die durch ein Vergleichsspektrum aus Thorium - und Argonlinien bestimmt wird. Die Kalibration dieser Skala ist nach aller Erfahrung vorzüglich, für die Vergleichslinien ergeben sich Residuen von maximal $0.04 \text{ \AA}$. Da der Mittelwert aller Residuen natürlich verschwindet, wird der Mittelwert der aus Tabelle (3.2) bestimmbaren Dopplergeschwindigkeiten nicht systematisch beeinflusst. Diese Mittelwerte $\langle v_D \rangle$ und ihre sich aus den Standardabweichungen ergebenden Fehlergrenzen (2σ) sind in Tabelle (3.3) zusammengestellt. Negative Beiträge von $\langle v_D \rangle$ zeigen dabei Bewegung auf den Beobachter zu an. Sie stellen selbstverständlich Relativgeschwindigkeiten zwischen Beobachtungsobjekt und

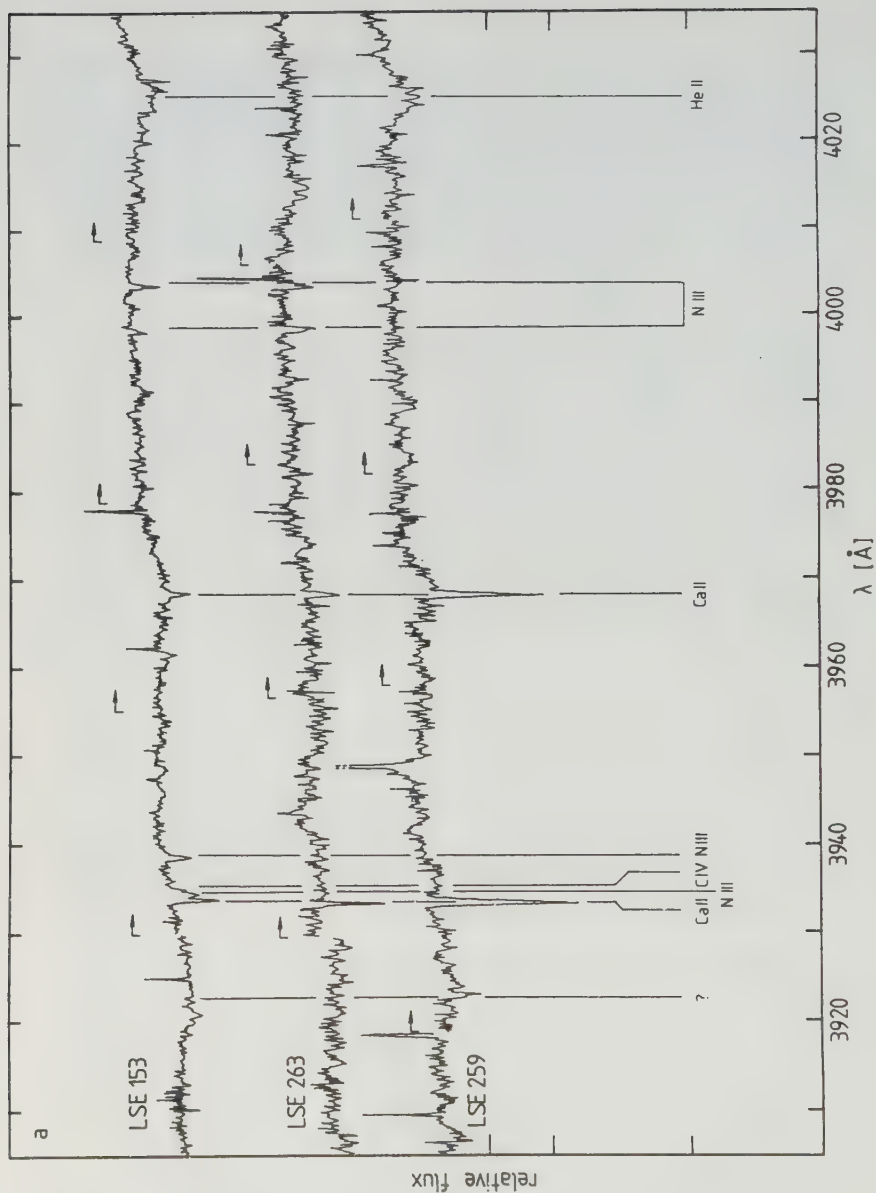
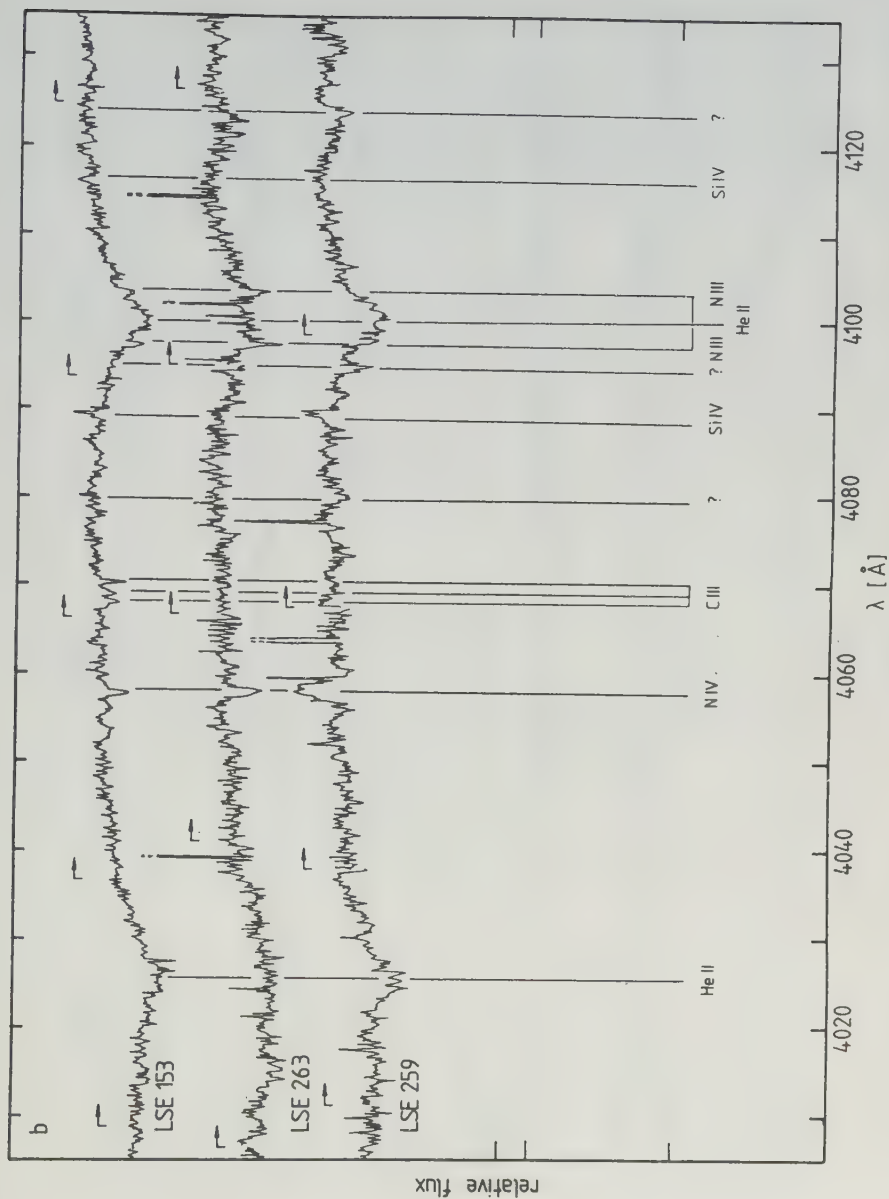
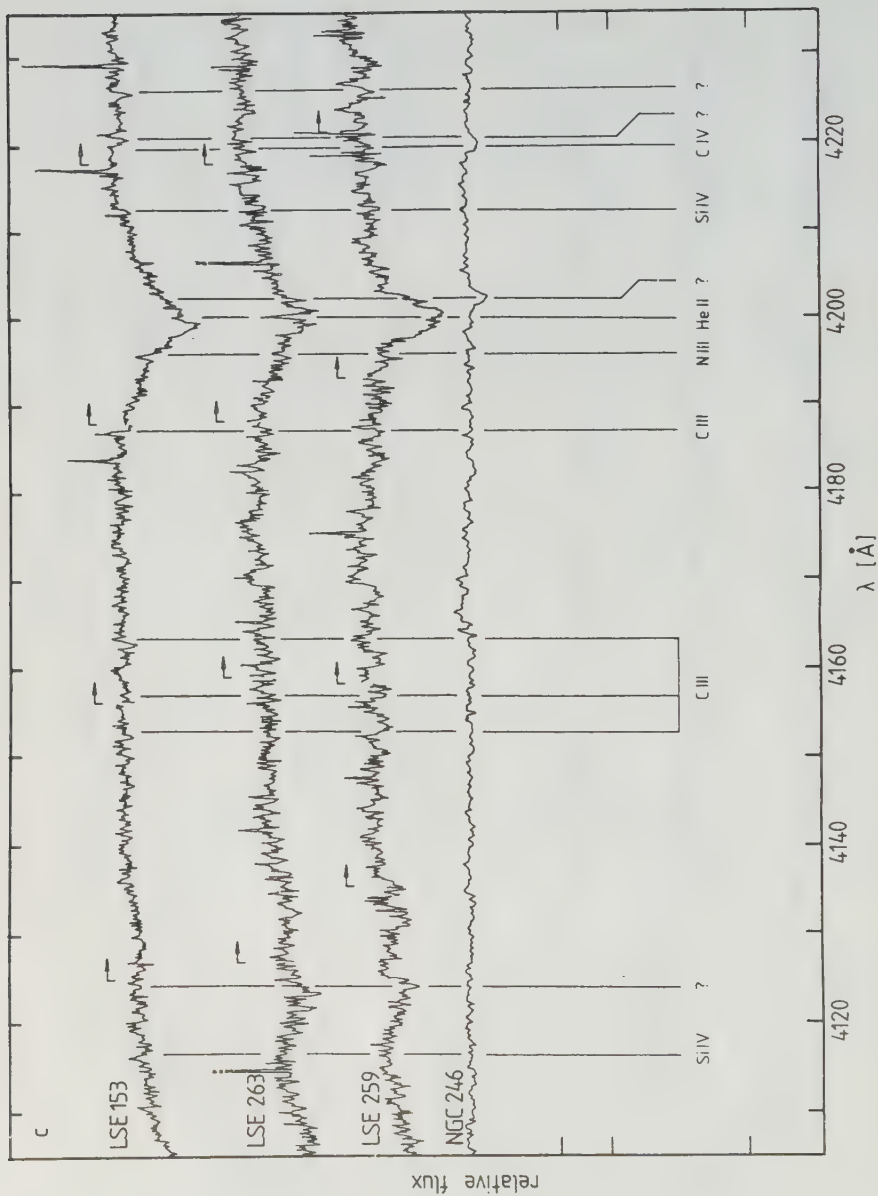
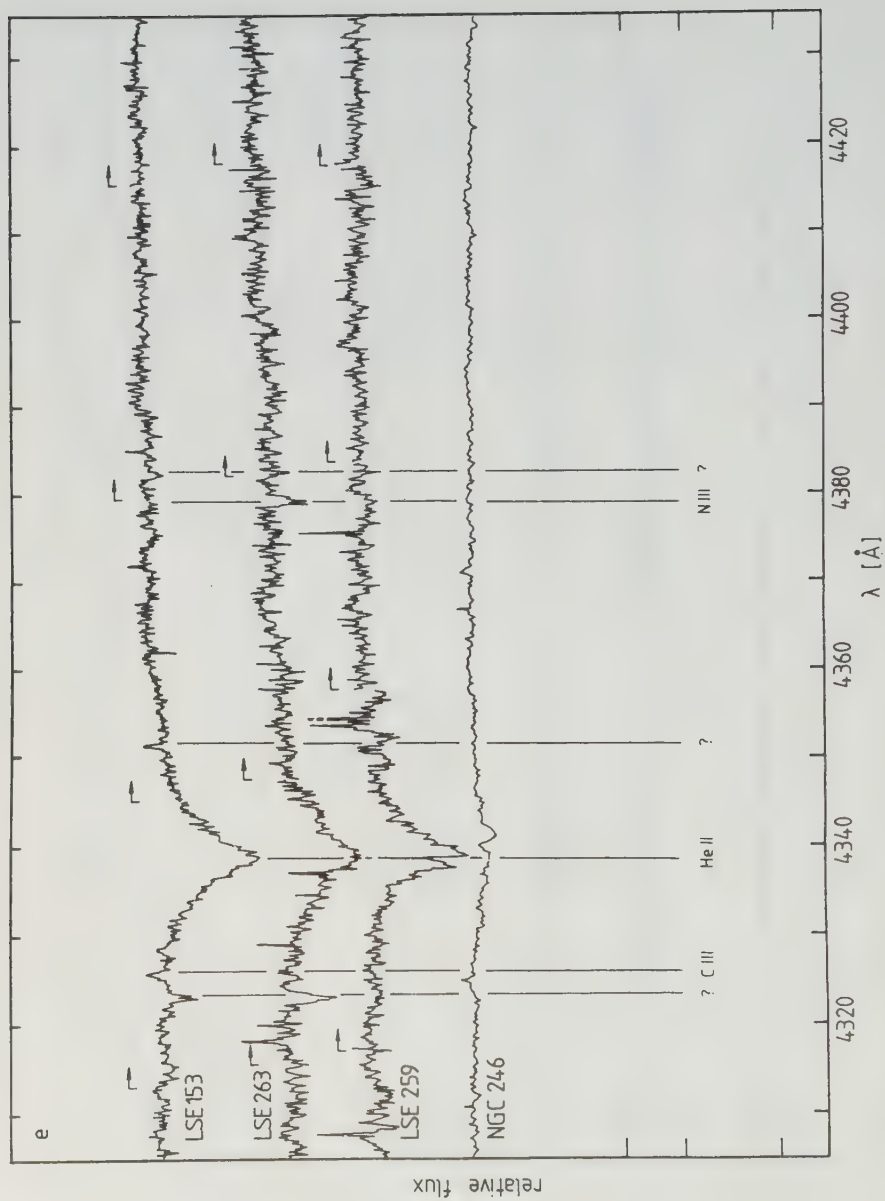
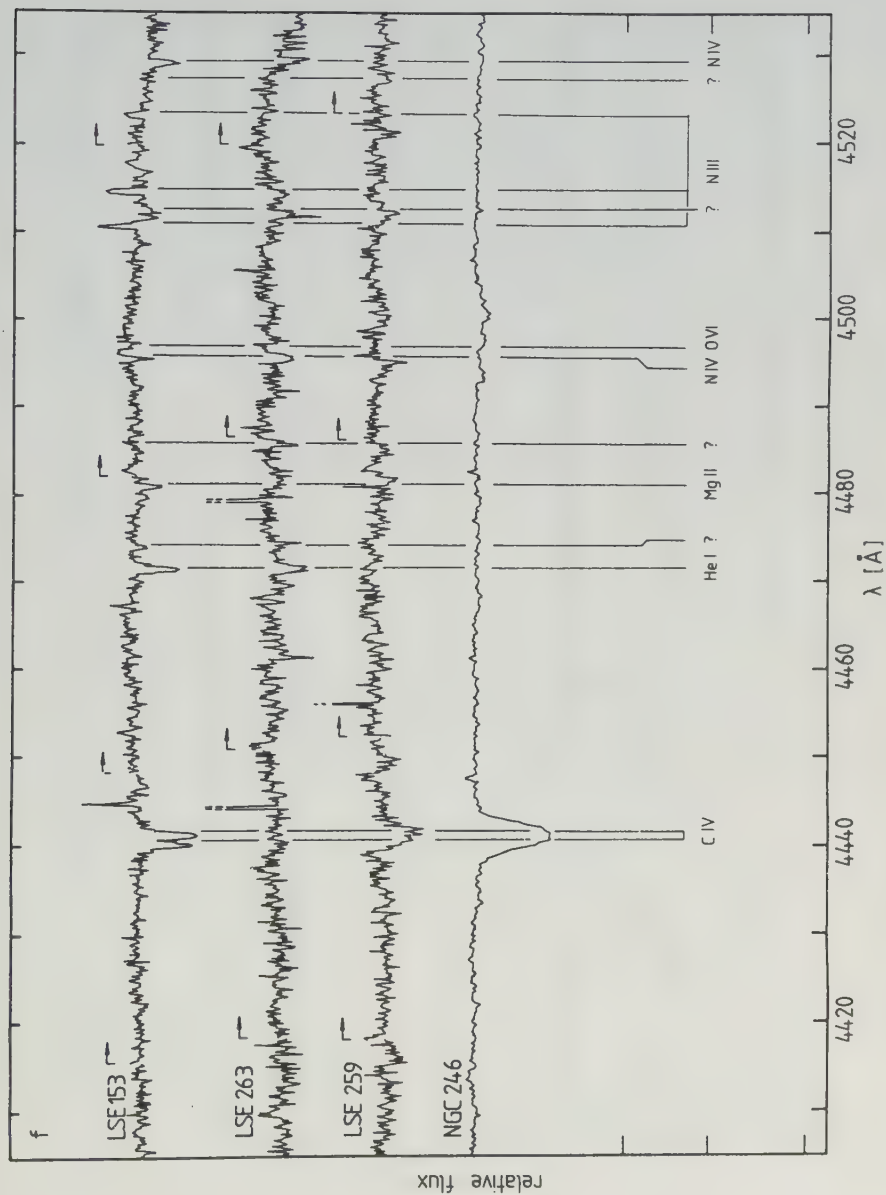


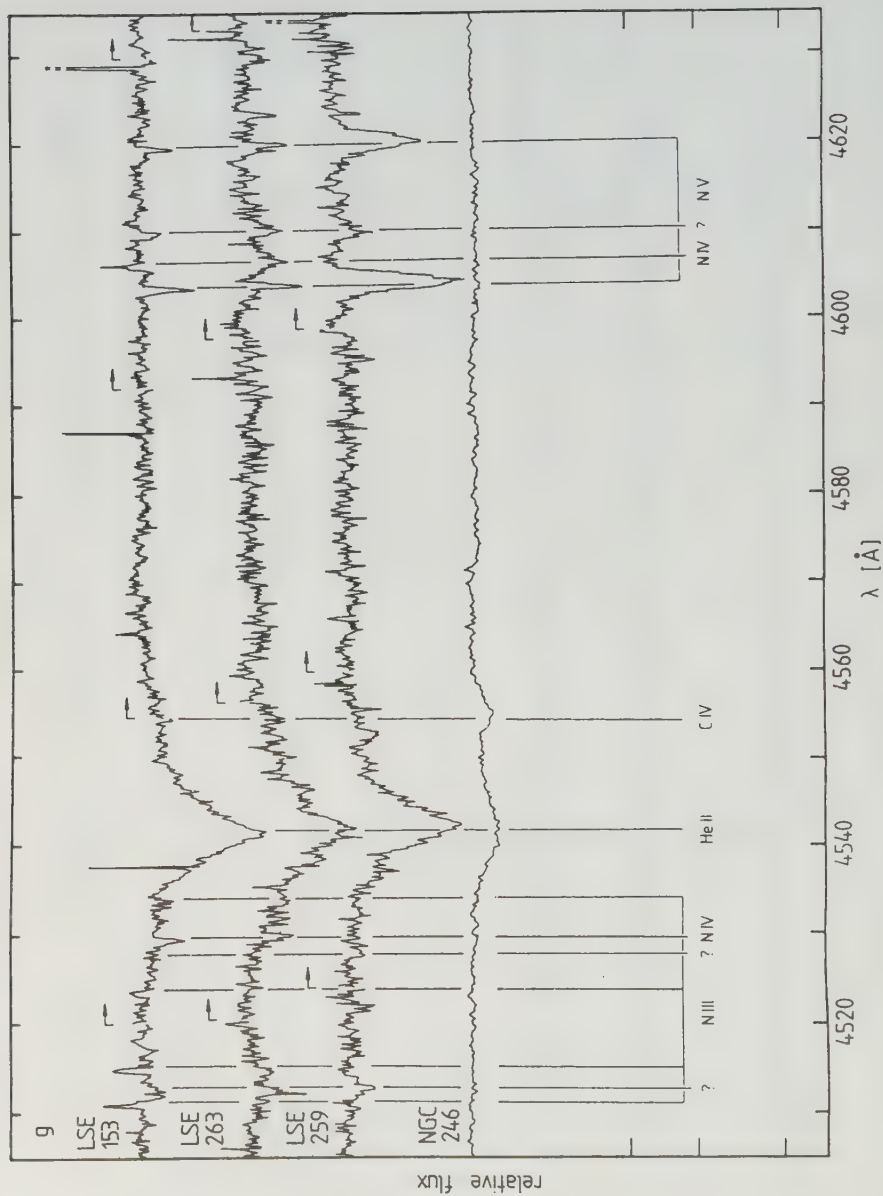
Abbildung 3.2 : Die CASPEC - Spektren der Programmsterne. Für die identifizierten Linien sind die Laborwellenlängen eingetragen. Mit $\leftrightarrow$ sind die Übergänge von einer Echelleordnung zur nächsten gekennzeichnet.

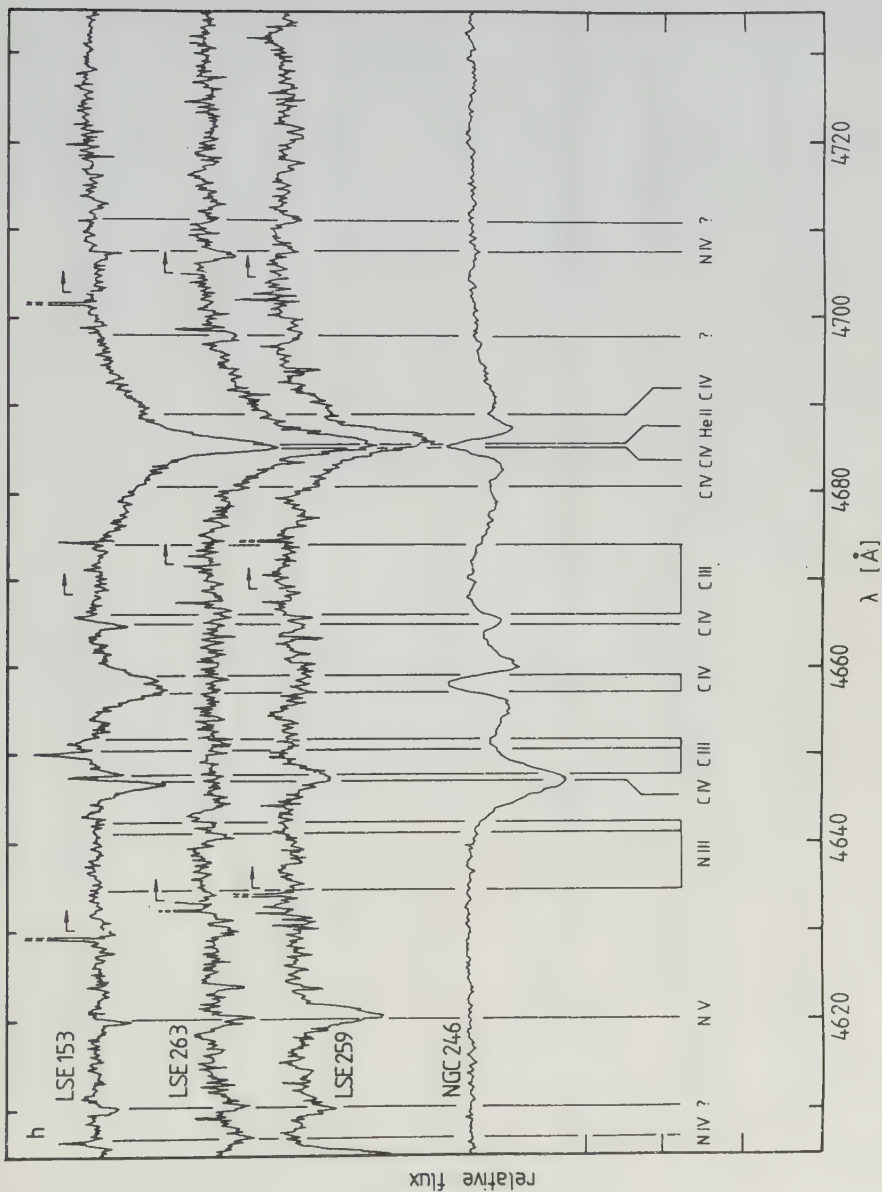












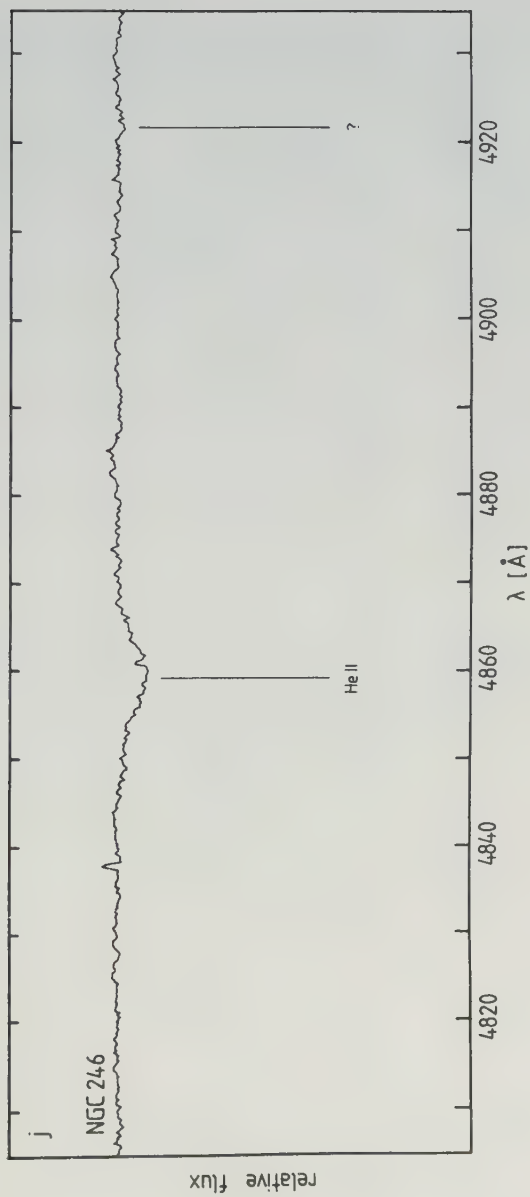


Tabelle 3.2 : Beobachtete visuelle Linien in den CASPEC - Spektrogrammen. In den vier linken Spalten sind die gemessenen Wellenlängen eingetragen, die Spalten 5 und 6 geben Laborwellenlänge und Identifikation des Übergangs (soweit bekannt). Sonderzeichen sind im Text erklärt. Alle Wellenlängenangaben sind in Angström.

Beobachtete Wellenlänge				Labor- wellenlänge	Identifikation	Kommentar
ISE 153	ISE 263	ISE 259	NGC 246			
-	-	3922.7	-	-	-	nicht identifiziert
3933.1	3933.0	3933.1	-	3933.66	Ca II 4s $2S - 4p \ 2p^0$	interstellar
3934.3	-	-	-	3934.43	N III (8) $3p^1 2p - 3d^1 2p^0$	
3935.0	-	-	-	3934.29/.89	C IV (2) $5s \ 2S - 6p \ 2p^0$	
3936.2	-	-	-	3936.52	N III (8) $3p^1 2p - 3d^1 2p^0$	
3968.2	3968.0	3968.1	-	3968.47	Ca II 4s $2S - 4p \ 2p^0$	interstellar
3996.2	3996.5	-	-	3996.63	N III (17) $4d \ 2D - 5f \ 2p^0$	
4003.6	4003.2	-	-	4003.58	- " -	
4026.1:	-	4025.1	-	4025.6	He II $n=4 - n'=13$	
4057.4	4057.5	4058.0	-	4057.759	N IV (3) $3p \ 1p^0 - 3d \ 1D$	
4067.5	-	-	-	4067.940	C III (16) $4f \ 3p^0 - 5g \ 3G$	
4068.6	-	-	-	4068.912	- " -	
4069.6	-	-	-	4070.261	- " -	
-	-	4080.0	-	-	-	nicht identifiziert
4088.4	-	-	-	4088.863	Si IV (1) $4s \ 2S - 4p \ 2p^0$	Emission
-	-	4095.0	-	-	-	nicht identifiziert
4096.9	4097.2	-	-	4097.31	N III (1) $3s \ 2S - 2p \ 2p^0$	
4099.7:	4100.0:	4100.5:	- - - -	4100.04	He II $n=4 - n'=12$	
4102.9	4103.1	-	-	4103.37	N III (1) $3s \ 2S - 2p \ 2p^0$	
-	-	4106.5	-	-	-	nicht identifiziert
4115.8	-	-	-	4116.104	Si IV (1) $4s \ 2S - 4p \ 2p^0$	Emission
-	-	4124.2	-	-	-	nicht identifiziert
4151.9	-	-	-	4152.512	C III (21) $3p^1 3D - 5f \ 3p^0$	
4156.0	-	-	-	4156.49	- " -	
4162.4	-	-	-	4162.86	- " -	
4186.5	-	-	-	4186.900	C III (18) $4f \ 1p^0 - 5g \ 1G$	Emission
4195.4	-	-	-	4195.76	N III (6) $3s^1 3p^0 - 3p^1 2D$	Emission
4199.2:	4200.0:	4200.3:	-	4199.83	He II $n=4 - n'=11$	
-	-	-	4201.85	-	-	nicht identifiziert
4212.1	-	-	-	4212.44	Si IV (5) $5d \ 2D - 6f \ 2p^0$	
-	-	-	4219.5	4219.00/.28	C IV $6s \ 2S - 8p \ 2p^0$	
4220.6	-	-	-	-	-	nicht identifiziert
4225.6	-	-	-	-	-	nicht identifiziert
-	-	-	4296.7	-	-	nicht identifiziert
4322.7	4322.6	-	-	-	-	nicht identifiziert
4325.3	-	-	-	4325.560	C III (7) $3s^1 1p^0 - 3p^1 1D$	Emission
4338.4:	4338.3:	4339.0:	p	4338.67	He II $n=4 - n'=10$	
4351.0	-	4350.7:	-	-	-	nicht identifiziert
-	4379.0	-	-	4379.11	N III (18) $4f \ 2p^0 - 5g \ 2G$	
4382.0	-	-	-	-	-	nicht identifiziert
4439.8	-	4440.3	4440.7	4440.34	C IV $5p \ 2p^0 - 6d \ 2D$	
4440.7	-	-	-	4441.49	-	
4471.3	4471.4	-	-	4471.477	He I (14) $2p \ 3p^0 - 4d \ 3D$	
4473.6	-	-	-	-	-	nicht identifiziert
4486.7	-	4481.8(?)	-	4481.16/.33	Mg II (4) $3d \ 2D - 4f \ 2p^0$	

(Fortsetzung nächste Seite)

Tabelle 3.2 (Fortsetzung)

Beobachtete Wellenlänge				Labor-	Identifikation	Kommentar
LSE 153	LSE 263	LSE 259	NGC 246	wellenlänge		
-	4485.6	-	-	-	-	nicht identifiziert
4495.4	4495.4	4495.4	-	4495.8	N IV (6) $3s^4 3p^0 - 4s^1 3s$	
-	-	-	p	4497:	O VI $n=8 - n'=10$	
4510.4	4511.8:	-	-	4510.91	N III (3) $3s^4 p^0 - 3p^1 d$	Emission in LSE 153
-	-	4512.4	-	-	-	nicht identifiziert
4514.5	4514.1	-	-	4514.86	N III (3) $3s^4 p^0 - 3p^1 d$	Emission in LSE 153
4523.1	-	-	-	4523.58	- " -	Emission
-	-	4527.7	-	-	-	nicht identifiziert
4529.2	4529.4	-	-	4529.5	N IV (6) $3s^4 3p^0 - 4s^1 3s$	
4533.8	-	-	-	4534.58	N III (3) $3s^4 p^0 - 3p^1 d$	Emission
4541.1:	4541.2:	4542.0:	4541.7:	4541.59	He II $n=4 - n'=9$	
-	-	4552.3(?)	4554.5	4553.74/4.55	C IV 6p $2p^0 - 8d \ 2d$	
4603.3	4603.4	4604.0	-	4603.73	N V (1) $3s \ 2s - 3p \ 2p^0$	
4606.0	4606.2	-	-	4606.33	N IV (20) $5g \ 2g - 6h \ 2p^0$	Emission in LSE 153
4609.5	4609.9	4609.7	-	-	-	nicht identifiziert
4619.3	4619.5	4620.2	-	4619.98	N V (1) $3s \ 2s - 3p \ 2p^0$	
-	4623.1	-	-	-	-	nicht identifiziert
-	4640.2	-	-	4640.64	N III (2) $3p \ 2p^0 - 3d \ 2d$	
-	4641.6	-	-	4641.85	- " -	
4646.4	-	4647.1	4646.7	4646.62/.99	C IV 5d $2d - 6f \ 2p^0$	
4647.0	-	-	-	4647.42	C III (1) $3s \ 3s - 3p \ 3p^0$	Emission
4649.6	-	-	-	4650.25	- " -	Emission
4650.7	-	-	-	4651.47	- " -	Emission
4657.7	-	4659.2:	4657.9	{ 4657.08 4658.81	C IV 5f $2p^0 - 6g \ 2g$ C IV 5g $2g - 6h \ 2p^0$	breite Flügel Emissionskern in NGC 246
4664.3	-	4664.5	4665.3:	4664.61/.87	C IV 5f $2p^0 - 6d \ 2d$	
4665.2	-	-	-	4665.86	C III (5) $3s^4 3p^0 - 3p^1 3p$	Emission
4673.2	-	-	-	4673.95	- " -	Emission
-	-	-	4660.8:	4660.8	C IV $n=8 - n'=17$	Emission
-	-	-	4685.1	{ 4685.18 4685.29	C IV 6g $2g - 8h \ 2p^0$ C IV 6h $2p^0 - 8i \ 2i$	Emission
4685.2	4685.4	4685.9	p	4685.682	He II $n=3 - n'=4$	
-	-	-	4688.9:	4688.9	C IV $n=7 - n'=11$	Emission
-	4697.7	4698.2:	-	-	-	nicht identifiziert
4707.0	4706.9	4707.6	-	4707.31	N IV (21) $5f \ 2f^0 - 6g \ 2g$	
-	-	4711.2	-	-	-	nicht identifiziert
-	-	-	4736.2	4736.23	C IV 6d $2d - 8p \ 2p^0$	
4785.8	-	-	4784.8	4785.35/.00	C IV 5d $2d - 6p \ 2p^0$	
-	4785.9	-	-	-	-	nicht identifiziert
-	-	-	4789.5	4788.83/9.72	C IV 6p $2p^0 - 8s \ 2s$	
4798.0	-	4798.0:	-	-	O IV (9)	Identifikation unsicher
4802.1	4802.4	4801.8:	-	-	-	nicht identifiziert
-	-	-	4859.3:	4859.323	He II $n=4 - n'=8$	
-	-	-	4921.6:	-	-	nicht identifiziert

-instrument dar, und zweckmäßigerweise rechnet man sie auf jahres- und tageszeitunabhängige heliozentrische Geschwindigkeiten um. Dazu müssen die $\langle v_D \rangle$ - Werte um die jeweiligen Geschwindigkeitskomponenten durch Erdrotation und Bahnbewegung korrigiert werden. Erstere kann aber leider - zumindestens für die ersten drei Aufnahmen - nicht genau bestimmt werden, da die Uhrzeiten der Belichtungen nicht bekannt sind. Aus der geographischen Breite des Beobachtungsortes (etwa -30°) und unter der vernünftigen Annahme, daß kein Objekt bei mehr als 50° Zenithdistanz beobachtet wurde, kann aber die Größe dieser Komponente zu maximal 0.26 km/sec abgeschätzt werden. Der Einfluß der Bahngeschwindigkeit kann durch die Formeln der sphärischen Geometrie aus den bekannten Kalenderdaten der Aufnahmen und den Sternpositionen berechnet werden. Die sich schließlich ergebenden heliozentrischen stellaren Radialgeschwindigkeiten v_r sind ebenfalls in Tabelle (3.3) aufgeführt.

Tabelle (3.3) : Gemessene und heliozentrische Radialgeschwindigkeiten

Objekt	$\langle v_D \rangle$	v_r
LSE 153	- 27.3 $\pm$ 4.9 km/sec	- 14.3 $\pm$ 5.2 km/sec
LSE 263	- 17.6 $\pm$ 4.5 - " -	+ 8.6 $\pm$ 4.8 - " -
LSE 259	+ 15.4 $\pm$ 15.6 - " -	+ 38.1 $\pm$ 15.9 - " -
NGC 246	- 1.5 $\pm$ 16.9 - " -	- 29.4 $\pm$ 17.2 - " -

Die in Abbildung (3.2) dargestellten Spektrogramme von LSE 153, LSE 263 und LSE 259 weisen etwa alle 30 - 40 Å Unstetigkeiten auf. Sie sind dadurch zu erklären, daß bei ihrer Reduktion aus den Originaldaten die Echelleordnungen im Bereich des Überlapps zur nächsten Ordnung abgeschnitten wurden. Die Unstetigkeiten markieren also den Sprung von einer Ordnung zur nächsten. Das Reduktionsprogramm von Dr. Gehren dagegen mittelt im Bereich des Überlapps die mit ihrer Ripplefunktion gewichteten Echelleordnungen, so daß das erhaltene Spektrogramm für NGC 246 einen stetigen Verlauf hat.

Besonders hingewiesen werden soll noch auf eine spezifische Linienform im Spektrum von LSE 259, die bei den Linien HeII $\lambda 4686\text{\AA}$, C IV $\lambda\lambda 4441, 4647, 4658\text{\AA}$, N V $\lambda\lambda 4603, 4619\text{\AA}$ und den nicht identifizierten Linien bei 4124, 4698 und 4798 Å auftritt. Der blaue Flügel ist abgeflacht und scheint teilweise auch von

einer Emission begrenzt zu werden. Möglicherweise finden wir hiermit auch im visuellen Spektrum des Sterns einen Hinweis auf Massenverlust, der sich im UV durch die P Cygni - Profile der N V - und C IV - Resonanzlinien bemerkbar macht.

Anschließend sei noch einmal deutlich gesagt, daß die Spektrogramme 1 - 4 der Tabelle (3.1) - wie gezeigt in Abbildung (3.2) - Grundlage der in den Kapiteln 4 und 5 beschriebenen Spektralanalyse sind. Andere Spektrogramme sind nur zur Beantwortung spezieller Fragen herangezogen worden; auf diese Fälle wird im Text aufmerksam gemacht, sofern es sich nicht von selbst ergibt (z.B. bei UV - Linien).

3.4. Sonstige Spektrogramme

Dr. J.S. Drilling spektroskopierte LSE 153, LSE 263 und LSE 259 am Cerro Tololo Interamerican Observatory (CTIO) unter Benutzung eines Echellespektrographen mit einem SIT - Vidicon als Detektor. Die Abstimmung zwischen diesen beiden Instrumenten kann als nicht ganz geglückt gelten, denn die Detektorfläche ist zu klein und erfährt nur einen Bruchteil von jeder Echelleordnung. Damit ergeben sich Lücken im Spektrogramm, die der Beobachter durch eine zweite, wellenlängenverschobene Aufnahme zu schließen hatte. Der dargestellte Spektralbereich erstreckt sich von 4250 bis 4600 Å.

Weitere Echellespektrogramme nahm J.S. Drilling an der gleichen Sternwarte für LSE 153 auf, dieses Mal mit einer Photoplatte und vorgeschalteter Bildverstärkerröhre als Detektor. Auch hier waren zwei Aufnahmen notwendig, um Wellenlängenlücken zu schließen, der gesamte untersuchte Spektralbereich umfaßt die Wellenlängen 3930 - 5015 Å.

Sowohl von den SIT - Vidicon - als auch von den Photoplattendaten standen graphische Darstellungen der erhaltenen Spektrogramme zur Verfügung. Allerdings sind sie bezüglich ihres Signal - zu - Rauschverhältnisses den CASPEC - Daten unterlegen. Weiterhin stellte ihre Reduktion - die von Dr. U. Heber durchgeführt wurde - besondere Probleme, da durch Vignettierung innerhalb des Spektrographen die Ripplefunktion stark deformiert war. Aus diesen Gründen wurden die fraglichen Daten nur gelegentlich zu Vergleichszwecken herangezogen.

Für NGC 246 stellte Dr. R.H. Mendez zusätzliches Spektrenmaterial zur Verfügung, welches ebenfalls am CTIO gewonnen wurde. Es handelt sich um ein kombiniertes, "blaues" Spektrogramm (3600 - 5000 Å), das aus 13 überlagerten Einzelaufnahmen am 1 - m - Teleskop entstand, und um ein einzelnes rotes Spektrogramm des Bereiches 5000 - 6600 Å, das am 4 - m - Teleskop aufgenommen wurde. Die verfügbaren graphischen Darstellungen dieser Aufnahmen weisen Papierdispersionen von etwa 3.2 bzw. 3.65 Å/mm auf. (Es handelt sich hierbei nicht um Echellespektrogramme.) Wegen ihrer geringen Auflösung konnten sie nicht zur Spektrallinienanalyse herangezogen werden, lieferten aber dennoch interessante Informationen über die vom CASPEC - Spektrogramm nicht abgedeckten Wellenlängenbereiche.

4. Bestimmung der grundlegenden Atmosphärenparameter

4.1. Einleitung

Der Titel dieses Kapitels wirft die Frage auf, inwieweit einige aus der Vielzahl von Parametern, die eine Sternatmosphäre charakterisieren, "grundlegender" sind als andere. Sie läßt sich nur beantworten im Zusammenhang mit der Analysenmethode, deren Grundzüge hier einleitend beschrieben werden sollen.

Prinzipiell besteht die Analyse aus der Suche nach derjenigen modellhaften Beschreibung der Sternatmosphäre, die die beobachteten Eigenschaften des Sternspektrums – wie kontinuierliche Energieverteilung über weite Teile des Spektrums, Linienstärken und –profile – so gut wie möglich vorhersagt. Wenn die theoretisch berechneten und die beobachteten Merkmale eine zufriedenstellende Übereinstimmung zeigen, werden die atmosphärenbeschreibenden Parameter des Sterns mit denen der Modellatmosphäre identifiziert.

Im Prinzip gibt es mehrere mögliche Sätze von Parametern, die eine Sternatmosphäre in gleicher Weise festlegen können. Im Falle plan – paralleler Geometrie – der bei dieser Analyse angenommen wird, siehe Abschnitt 4.2.1. – benutzt man zweckmäßigerweise die Oberflächenschwerebeschleunigung g (im allgemeinen wird der Logarithmus $\log g$ angegeben) sowie die Effektivtemperatur T_{eff} . Letztere ist ein Maß für die pro Flächen – und Zeiteinheit an der Sternoberfläche abgestrahlte Energie. Zu der Leuchtkraft L des Sterns besteht die Relation

$$L = 4\pi R^2 \sigma_{\text{SB}} T_{\text{eff}}^4 \quad , \quad (4.1)$$

wobei der Sternradius R eingeht. σ_{SB} ist die Stefan – Boltzmannsche Konstante.

Weitere Atmosphärenparameter beziehen sich auf die chemische Zusammensetzung und die sogenannte Mikroturbulenzgeschwindigkeit v_{turb} . Diese charakterisiert kleinräumige Geschwindigkeitsfelder in der Atmosphäre, deren typische Ausdehnungen klein gegen die freien Weglängen der Photonen in den Absorptionslinien sind. Sie überlagert sich statistisch der thermischen Bewegung der absorbierenden Atome und bewirkt so eine Streuung der Linienopazität im Frequenzraum, die unter Umständen in einer Verstärkung der gesamten Linienabsorption resultiert (siehe auch Abschnitt 5.1.).

Des weiteren geht in die Analyse die Größe v_{rot} ein, die die Linienverbreiterung durch Rotation des Sternes bestimmt. Die Verbreiterung ergibt sich durch den Dopplereffekt, wenn die eine Hälfte der sichtbaren Sternhemisphäre sich auf den Beobachter zubewegt, während die andere Hälfte sich entfernt. Selbstverständlich ist dabei nicht die wahre Rotationsgeschwindigkeit am Äquator, V_{rot} meßbar, sondern lediglich die Projektion $v_{\text{rot}} = V_{\text{rot}} \sin i$, wobei i der Winkel zwischen Rotationsachse und Richtung zum Beobachter ist.

Grundsätzlich müßten alle genannten Parameter simultan in die Atmosphärenmodellrechnungen und damit in die Analyse eingehen. Praktisch stellen sich dem Schwierigkeiten mit den Computerprogrammen, wie sie in Abschnitt 4.2.2. skizziert werden, und den verfügbaren Rechnerkapazitäten entgegen. Daher wird die vereinfachende – und im allgemeinen gut erfüllte – Annahme gemacht, daß Temperatur – und Dichtestruktur der Atmosphäre nicht durch die "schweren" Elemente (d.h. alles außer Wasserstoff und Helium) und auch nicht durch die Mikroturbulenz beeinflußt wird. Die Atmosphärenstruktur wird dann nur unter Berücksichtigung der Elemente H und He berechnet. Die Häufigkeiten der schweren Elemente und v_{turb} ergeben sich anschließend durch die im Kapitel 5 beschriebenen *line formation* – Rechnungen, bei denen eine gegebene, nämlich die aus der Atmosphärenmodellierung stammende Temperatur – und Dichteschichtung zugrunde gelegt wird. Da also alle nachfolgenden Rechnungen aufbauen auf einem vorher berechneten Atmosphärenmodell, welches wiederum beschrieben wird durch die Parameter T_{eff} , $\log g$ und den Häufigkeiten von Wasserstoff und Helium, wollen wir diese genannten Parameter als grundlegend bezeichnen. Da zu ihrer Festlegung auch der Vergleich berechneter und beobachteter Linienprofile gehört, ist die Kenntnis der Rotationsgeschwindigkeit zur Berücksichtigung der sich ergebenden zusätzlichen Linienverbreiterung notwendig. In diesem Kapitel wird daher auch auf die Bestimmung von v_{rot} eingegangen.

Im Abschnitt 4.2. wird dargestellt, in welcher Weise die Atmosphärenmodelle und die aus ihnen abgeleiteten Linienprofile berechnet werden. Abschnitt 4.3. befaßt sich mit der Voranalyse, die einen ersten Überblick über die ungefähren Ergebnisse für T_{eff} , $\log g$ und H – He – Häufigkeiten erlaubt. Ausgehend von diesen Grobwerten werden dann durch Anpassung der Profile die endgültigen Parameter gefunden. Diese Feinanalyse wird in Abschnitt 4.4. durchgeführt.

4.2. Die Modellatmosphären

4.2.1. Grundlegende Gleichungen und Annahmen

4.2.1.1. Das non-LTE : Die in diesem Kapitel beschriebenen Berechnungen der Atmosphärenmodelle müssen durchgeführt werden unter Verzicht auf die Annahme von 'lokalem thermodynamischen Gleichgewicht' (LTE : local thermodynamical equilibrium). Die LTE - Annahme behauptet die fortgesetzte Gültigkeit der Saha- und Boltzmann-Gleichungen zur Berechnung der Besetzungszahlen atomarer Zustände - unter Benutzung lokaler Werte von Temperatur und Elektronendichte -, obwohl die Sternatmosphäre im ganzen sich selbstverständlich nicht im thermodynamischen Gleichgewicht befindet und daher auch das Strahlungsfeld nicht durch die Planck'sche Funktion beschreibbar ist. Sie setzt voraus, daß die Geschwindigkeitsverteilung aller Teilchen der Maxwellverteilung entspricht, da anderenfalls eine lokale Temperatur gar nicht definierbar wäre. Die Voraussetzung ist gut erfüllt (siehe Mihalas, 1978, S.121ff). Des weiteren müssen die Besetzungszahlen der Atomzustände überwiegend durch Stöße bestimmt sein. Die Annahme von LTE ist weitgehend gültig in der Beschreibung der Atmosphären von Sternen des Spektraltyps F und später, obwohl auch hier für einige Elemente Abweichungen vom LTE festgestellt wurden (siehe z.B. Rutten & Kostik, 1982; Watanabe & Steenbock, 1985).

Für Sterne der Spektraltypen B und A hängt die Gültigkeit der LTE - Annahme von der Leuchtkraftklasse ab. Für B-Zwerge und Unterriesen ergeben LTE - Analysen verlässliche Resultate (Heber, 1981), während die Abweichungen vom LTE in A-Sternen der Leuchtkraftklasse I (Überriesen) bereits drastisch sind (Kudritzki, 1973).

Für die hier zu analysierenden sdO - Sterne bzw. ZPN befinden wir uns aber eindeutig in dem durch non-LTE - Effekte dominierten Parameterbereich hoher Temperaturen (Kudritzki, 1979). Der Zusammenbruch des LTE's ist darauf zurückzuführen, daß mit der Temperatur auch die Stärke des Strahlungsfeldes zunimmt und schließlich die Strahlungsübergänge zwischen den atomaren Zuständen deren Besetzungszahlen bestimmen. Der non-LTE - Charakter des Strahlungsfeldes überträgt sich damit auch auf den Anregungs- und Ionisationszustand der Materie. (Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß dennoch die Maxwellverteilung der Teilchengeschwindigkeiten erhalten bleibt.)

Der Verzicht auf die LTE – Annahme bedeutet eine erhebliche Verkomplizierung der Modellrechnungen. Während im LTE – Fall zur Berechnung von Besetzungszahlen lediglich die Kenntnis von Temperatur und Elektronendichte notwendig war, muß jetzt für jeden interessierenden Atomzustand eine Bilanzgleichung gelöst werden, in der sich die den betreffenden Zustand be – und entvölkernden Übergangsraten (zusammengesetzt aus Stoß – und Strahlungsraten) gegenseitig aufheben, so daß sich ein zeitlich konstanter Zustand ergibt. Man spricht daher von den Gleichungen des statistischen Gleichgewichts. Durch sie werden die Besetzungszahlen eines bestimmten Atomzustands neben Temperatur und Elektronendichte auch vom Strahlungsfeld und von anderen Besetzungszahlen abhängig.

4.2.1.2 Die plan – parallele Geometrie : Weder von beobachtungsmäßiger noch von theoretischer Seite gibt es (bislang) begründete Hinweise darauf, daß die Struktur der Oberflächenschicht heißer Sterne des Spektraltyps O stark von einer sphärischen Symmetrie abweicht. Daraus ergibt sich die erfreuliche Möglichkeit, die Atmosphärenstruktur lediglich eindimensional – abhängig nur von der Tiefenvariablen z – zu rechnen. Eine weitere Vereinfachung stellt sich dadurch ein, daß die Dicke ΔR der Atmosphären von O – und sdO – Sternen stets ausreichend klein gegenüber dem Photosphärenradius R ist, um die Effekte durch Krümmung der Atmosphärenschicht unbedeutend werden zu lassen (Gruschinske & Kudritzki, 1979). Es ist deshalb zulässig, die Krümmung zu vernachlässigen und bei der Rechnung eine plan – parallele Geometrie zu benutzen.

In dieser Geometrie ist nur eine Ortsvariable – die Tiefenvariable z , mit in Auswärtsrichtung wachsenden Werten – und eine Richtungsvariable – der Winkel θ zwischen zu bezeichnender Richtung und Auswärtsrichtung – notwendig. Meistens wird statt des Winkels θ die Variable $\mu = \cos \theta$ benutzt.

4.2.1.3. Chemische Homogenität : In diesen Rechnungen wird – wie allgemein üblich – eine Tiefenunabhängigkeit der chemischen Zusammensetzung der Atmosphäre angenommen. Diese Vereinfachung ist nicht notwendig, es wäre in der Tat einfach, das chemische Profil als tiefenabhängig zu berücksichtigen. Die beobachteten Linienprofile geben aber keinen Hinweis auf eine solche Variation, so daß es überflüssig erscheint, hier weitere freie Parameter in die Rechnungen einzuführen. Auch die Theorie der Stellarevolution läßt eine chemisch geschichtete

Photosphäre äußerst unwahrscheinlich erscheinen : die in der Atmosphärenschicht versammelte Masse stellt einen viel zu geringen Bruchteil der gesamten Sternmasse dar, als daß die Prozesse, die eine Änderung der chemischen Zusammensetzung der Photosphäre bewirken können (z.B. Vermischung durch Konvektion oder Diffusion), hier differentiell wirksam werden könnten.

Die Häufigkeit eines Elementes a kann daher durch eine einzige Zahl angegeben werden. Wir werden dafür meistens den Teilchenzahlbruchteil

$$\epsilon_a = N_a / (N_H + N_{He}) \quad (4.2)$$

benutzen, der die Teilchenzahldichte N_a des Elementes a in Beziehung setzt zu der Gesamtteilchenzahldichte von Wasserstoff und Helium.

4.2.1.4. Zusammensetzung aus H und He : Im einleitenden Kapitel 4.1. wurde bereits darauf hingewiesen, daß non-LTE-Atmosphärenmodelle meistens nur unter Berücksichtigung der Elemente Wasserstoff und Helium berechnet werden in der Hoffnung, die Beiträge aller übrigen Elemente (häufig zusammenfassend als "Metalle" bezeichnet) seien ohne nennenswerten Einfluß auf die resultierende Temperatur- und Dichteschichtung. So wurde auch in den hier dargestellten Rechnungen verfahren.

Diese Vereinfachung wird erzwungen durch die verwendete Lösungsmethode, die die Behandlung komplexer atomarer Modelle nicht zuläßt; im Abschnitt 4.2.2. werden wir darauf näher eingehen.

Umfassende Untersuchungen darüber, wie stark der Einfluß der Metalle auf die Atmosphärenmodelle heißer Sterne tatsächlich ist, existieren bislang nicht. Mihalas (1972a) berücksichtigt die Elemente Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff in einer stark vereinfachten Form (als "Kunston" mit den gemittelten Eigenschaften der genannten Elemente) in seinen Rechnungen, vergleicht aber nicht mit Atmosphärenmodellen, die ohne dieses Kunston gerechnet wurden. Husfeld (1982) benutzt etwas genauere Modelle für dieselben Elemente und ein anderes Lösungsschema für die Modellberechnung und findet nur schwachen Einfluß auf die Atmosphärenmodelle unterhalb der Nachweisschwelle. Es muß aber erwähnt werden, daß in dieser Arbeit lediglich zwei verschiedene Atmosphärenmodelle

untersucht wurden (diese Beschränkung war notwendig durch große Schwierigkeiten, konvergierte Modelle überhaupt zu erhalten), und daß spätere Versuchsrechnungen Grund zur Vermutung geben, daß bei anderen Atmosphärenparametern der Einfluß von C, N und O durchaus stärker sein kann. Hinzugefügt werden muß auch, daß sowohl Mihalas (1972a) als auch Husfeld (1982) lediglich solare Häufigkeiten von C, N, O angenommen haben.

Ein Modell mit $T_{\text{eff}} = 35\,000\text{ K}$, $\log g = 4$ und solaren Häufigkeiten von neun Elementen wurde von Anderson (1985) berechnet. Durch ein neuartiges Verfahren ist er in der Lage, neben 93 gebunden-frei-Opazitäten auch 112 Linien zu berücksichtigen und so ein recht detailliertes Kohlenstoffatom zu beschreiben. Er findet, daß die Temperaturschichtung der äußeren Atmosphäre durch die C IV-Resonanzlinien bei 1550 Å bestimmt wird und gegenüber den Modellen von Mihalas (1972a) um etwa 15 % kühler ist.

Frühere non-LTE-Modellatmosphärenprogramme (Mihalas, Heasley & Auer, 1975; Kudritzki, 1976) waren in der Genauigkeit der non-LTE-Behandlung vorwiegend auf Wasserstoff ausgerichtet, der in einer Sternatmosphäre normaler Zusammensetzung das häufigste Element und damit die wichtigste Opazitätsquelle ist. So standen den fünf non-LTE-Zuständen des neutralen Wasserstoffs nur maximal je zwei non-LTE-Zustände in He^0 und He^+ gegenüber. Giddings (1980) behandelt in seiner Analyse immerhin schon fünf Zustände des neutralen und sechs Zustände des ionisierten Heliums im statistischen Gleichgewicht. Bei den hier vorgestellten Rechnungen wurde aber Wert darauf gelegt, eine Symmetrie zwischen Wasserstoff und Helium zu erhalten, um das entwickelte Computerprogramm für alle Mischungsverhältnisse dieser Elemente benutzbar zu machen. Demzufolge lassen sich bis zu je fünf Zustände des Wasserstoffs und des neutralen Heliums und bis zu zehn Zustände des ionisierten Heliums im non-LTE behandeln. Insgesamt enthält das Wasserstoffmodellatom sechzehn gebundene Zustände, He^0 und He^+ sechzehn bzw. zweiunddreißig Zustände. Bei den hohen Temperaturen der gerechneten Atmosphärenmodelle ist neutrales Helium stets nur in sehr geringen Häufigkeiten vorhanden, so daß es ausreichend erscheint, alle angeregten Niveaus von He^0 zu hydrogenischen Zuständen zusammenzufassen.

Bei der Berechnung der Opazitäten (und Emissivitäten) der Sternmaterie werden gebunden-frei- und frei-frei-Übergänge von Wasserstoff und Helium sowie Thomsonstreuung an freien Elektronen berücksichtigt.

Alle bislang in diesem Abschnitt aufgeführten Annahmen werden bei der Formulierung der folgenden Gleichungen bereits benutzt.

4.2.1.5. Die Strahlungstransportgleichungen : Für die spezifische Strahlungsintensität $I_v(\mu)$ gilt folgende Differentialgleichung :

$$\mu \frac{dI_v(\mu)}{d\tau_v} = I_v(\mu) - S_v , \quad (4.3)$$

wobei $S_v = \eta_v/\kappa_v$ die Quellfunktion und κ_v , η_v jeweils Absorptions- bzw. Emissionskoeffizienten darstellen. Als Tiefenkoordinate wird hier die optische Tiefe

$$\tau_v = \int_{\infty}^z \kappa_v dz' \quad (4.4)$$

benutzt.

Als Randbedingungen werden am äußeren Atmosphärenrand verschwindende Einstrahlung und am inneren Rand die Diffusionsapproximation in einer Formulierung, die die Effektivtemperatur T_{eff} der Atmosphäre definiert, gewählt.

4.2.1.6. Das Strahlungsgleichgewicht : Hier wird die Formulierung

$$\int_0^{\infty} \kappa_v (J_v - S_v) dv = 0 \quad (4.5)$$

gewählt, die das Gleichgewicht zwischen lokal absorbierter und emittierter Strahlungsenergie fordert. J_v bezeichnet dabei die winkelmittelte Intensität des elektromagnetischen Feldes. Damit wird jede andere Möglichkeit des Energietransportes als durch elektromagnetische Strahlung, insbesondere also durch Konvektion, ausgeschlossen. Es ist zwar bekannt, daß für bestimmte Parameterbereiche auch in den Atmosphären von sdO - Sternen Konvektion auftritt, der durch diesen Mechanismus getragene Energiestrom ist aber vernachlässigbar gering verglichen mit dem Strahlungsfluß (siehe z.B. Groth *et al.*, 1985).

Beachtenswert ist schließlich, daß die gewählte Formulierung des Strahlungsgleichgewichtes lediglich die Konstanz des Strahlungsflusses in allen Tiefen fordert, diesen Fluß aber nicht definiert. Wie bereits in Abschnitt 4.2.1.5. erwähnt, wurde diese Definition in die innere Randbedingung der Strahlungstransportgleichung hineingezogen.

4.2.1.7. Das hydrostatische Gleichgewicht : Hydrostatisches Gleichgewicht kann angenommen werden, wenn die turbulenten und großräumigen Geschwindigkeiten innerhalb der Atmosphäre klein verglichen mit der Schallgeschwindigkeit sind. Der in heißen Atmosphären wichtigste Mechanismus, der dieser simplen Schichtung entgegenwirkt, ist der Massenverlust. Gemäß der Kontinuitätsgleichung sind die mit ihm verbundenen Strömungsgeschwindigkeiten in den äußeren, dünneren Photosphärenschichten höher als in den tieferliegenden und dichteren Zonen, so daß die starken Linien, die weit außen entstehen, am empfindlichsten auf Massenverlust reagieren und gegebenenfalls die typischen P Cygni - Profile zeigen. P Cygni - Profile sind unter den hier diskutierten Programmsternen nur für die sehr starken Resonanzlinien von N V und C IV bei LSE 259 im UV beobachtet worden, bei LSE 153 und LSE 263 erscheint das N V - Resonanzdublett immerhin von stellaren Winden affektiert zu sein. Für die wesentlichen Schichten der Modellatmosphäre ist die Annahme hydrostatischer Schichtung jedoch sicherlich gerechtfertigt.

Die Gleichung des hydrostatischen Gleichgewichts wird in folgender Form benutzt :

$$\frac{d}{dz} (n_{\text{tot}} kT) = -g\rho + \frac{4\pi}{c} \int_0^{\infty} \kappa_{\nu} H_{\nu} d\nu \quad , \quad (4.6)$$

n_{tot} , T , ρ und κ_{ν} stehen dabei für die Gesamtteilchendichte, Temperatur, Massendichte und monochromatische Opazität. H_{ν} ist das erste Moment des Strahlungsfeldes,

$$H_{\nu} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \mu I_{\nu}(\mu) d\mu \quad , \quad (4.7)$$

k die Boltzmannkonstante und c die Lichtgeschwindigkeit. In der obigen Formulierung wird bereits die Zustandsgleichung für ideale Gase benutzt, deren Gültigkeit

aus der Maxwellverteilung der Ionen - und Elektronengeschwindigkeiten folgt.

In den Atmosphären heißer Sterne spielt neben dem Gasdruck auch der Strahlungsdruck eine wichtige Rolle. Dieser Anteil wird in Gleichung (4.6) durch den zweiten Term auf der rechten Seite berücksichtigt.

Bei der Integration der hydrostatischen Gleichungen wird von verschwindendem Gasdruck als Randbedingung für $z \rightarrow \infty$ ausgegangen.

4.2.1.8. Die Dichtegleichung : Diese einfache Gleichung verknüpft Massendichte ρ , Gesamteilchendichte n_{tot} und Elektronendichte n_e mit Hilfe der element-spezifischen Häufigkeiten und Atomgewichte :

$$\rho = m_H (n_{\text{tot}} - n_e) (\epsilon_H + 4 \epsilon_{\text{He}}) \quad . \quad (4.8)$$

(m_H ist die Protonenmasse.)

4.2.1.9. Die Ladungserhaltung : Selbstverständlich muß die stellare Materie elektrisch neutral bleiben. Die Elektronendichte n_e ist deshalb bestimmt durch die Protonendichte n_p , die Gesamtdichte aller He^+ - Ionen, n_{He^+} , und der He^{++} - Dichte $n_{\text{He}^{++}}$:

$$n_e = n_p + n_{\text{He}^+} + 2n_{\text{He}^{++}}$$

4.2.1.10. Die statistischen Gleichungen : Wie im einleitenden Abschnitt 4.1. bereits angesprochen, müssen die Besetzungszahlen aller Atomzustände, für die LTE nicht mehr angenommen werden kann, durch die Lösung einer Bilanzgleichung bestimmt werden. Diese Gleichung für den Zustand i hat die Form :

$$n_i \sum_{j \neq i} P_{ij} - \sum_{j \neq i} n_j P_{ji} = 0 \quad . \quad (4.9)$$

Dabei wird über alle anderen Zustände j summiert. Die Übergangsratenkoeffizienten P_{ij} setzen sich aus den Koeffizienten für Stoßübergänge C_{ij} und Strahlungsübergänge R_{ij} zusammen. In C_{ij} werden lediglich Elektronenstöße berücksichtigt, da deren Stoßfrequenz wegen der geringen Elektronenmasse und der daraus

folgenden hohen thermischen Geschwindigkeit sehr viel größer als die der Ionen ist. Neutralteilchenstöße, die in kühlen Sternatmosphären eine wichtige Rolle spielen, sind hier vollkommen unbedeutend, denn bei den hohen Temperaturen in den Atmosphären der sdO – Sterne existieren neutrale Atome praktisch nicht mehr.

Die Strahlungsratenkoeffizienten R_{ij} berücksichtigen die durch Photonenabsorption und –emission ausgelösten Übergänge. Sie werden daher durch Integration des Strahlungsfeldes – gewichtet mit dem Absorptionsquerschnitt – über die Breite des Absorptionsprofils berechnet. Raten von einem Zustand zu einem energetisch tieferliegenden Niveau müssen zudem die spontane Emission berücksichtigen.

Strahlungsraten werden bei der Modellberechnung nur für gebunden – frei – Übergänge im statistischen Gleichgewicht aufgenommen. Gebunden – gebunden – Übergänge können wegen ihrer Vielzahl nur durch Stöße berücksichtigt werden, denn zur genauen Integration der Linienstrahlungsfelder wären untragbar viele Frequenzpunkte notwendig (siehe auch Abschnitt 4.2.2.). Da aber bekannt ist, daß die Linienübergänge die Temperatur der äußeren Atmosphäre beeinflussen (Mihalas, 1978, S.215,242), ist für diese Vereinfachung noch eine Überprüfung nötig, die in Abschnitt 4.2.3. durchgeführt wird.

Häufig wird wegen der Bilanzierung von Übergangsraten auch die Bezeichnung "Ratengleichungen" für das statistische Gleichgewicht gebraucht.

Die Besetzungszahlen aller im LTE behandelten Zustände werden durch die Sahagleichung mit der Besetzungsdichte n_{ion} des Zustandes, zu dem sie ionisieren, verknüpft :

$$n_i^* = n_e n_{ion} \left[\frac{h^2}{2\pi m_e kT} \right]^{3/2} \frac{g_i}{2g_{ion}} \exp \left[-\frac{E_i - E_{ion}}{kT} \right] \quad (4.10)$$

E_i , E_{ion} bezeichnen die Energien der beteiligten Zustände, g_i , g_{ion} ihre statistischen Gewichte. Der Asterisk ("**") kennzeichnet hier und im Folgenden Größen, die unter der Annahme von LTE berechnet wurden.

Die LTE – Annahme für einen Zustand i , wie sie in obiger Gleichung formuliert ist, wird umso besser, je geringer seine Ionisationsenergie ist. Mit abnehmen-

dem energetischen Abstand zum Kontinuum nimmt die Zahl der Elektronen, die beim Stoß die notwendige Ionisationsenergie aufbringen, zu, während die Photoionisations- und Rekombinationsstrahlungsübergänge durch die im Infraroten großen optischen Dicken ins detaillierte Gleichgewicht übergehen und damit aus den Ratengleichungen verschwinden. Das statistische Gleichgewicht der hochliegenden Zustände wird daher im wesentlichen durch Stoßkopplung mit dem Kontinuum bestimmt. Diese Kopplung induziert aber das LTE-Verhältnis zwischen gebundenem Zustand und Kontinuum, denn die Elektronen übertragen ihren thermodynamischen Gleichgewichtszustand, die Maxwellverteilung, auf die Stoßpartner.

Aus diesem Grund werden die höheren Niveaus aller Modellatome (H^0 und He^0 : $n = 6, \dots, 16$; He^+ : $n = 11, \dots, 32$) immer im LTE berechnet, die Gleichung (4.10) für ihre Besetzungszahlen wird daher implizit in allen anderen Gleichungen benutzt. Für die tieferliegenden Zustände wird wahlweise Gl.(4.9) (non-LTE) oder Gl.(4.10) (LTE) explizit aufgestellt, um ihre Besetzungszahlen zu berechnen.

Das resultierende Gleichungssystem für die n_i muß schließlich noch um eine Definition der Elementhäufigkeit ergänzt werden, die die - redundante - Ratengleichung für den energetisch höchstgelegenen Zustand (H^+ bzw. He^{++}) ersetzt. Unter Benutzung des oben eingeführten Teilchenzahlbruchteils schreibt sich diese Definition

$$\sum_i n_i^a = \epsilon_a (n_{tot} - n_e) \quad , \quad (4.11)$$

wobei sich die Summe über die Besetzungszahlen aller Zustände in allen Ionisationsstufen des Elementes a erstreckt.

4.2.2. Das Lösungsverfahren

4.2.2.1. Das numerische Problem und Lösungsprinzip : Bevor die numerische Lösung der in Abschnitt 4.2.1. aufgestellten Gleichungen angegangen werden kann, sind die kontinuierlichen Variablen Winkel μ , Frequenz ν und Atmosphärentiefe z zunächst durch diskrete Gitter zu ersetzen. Es wurden dafür drei Winkelpunkte und neunzig Tiefenpunkte gewählt. Das Frequenzgitter muß einerseits ausgedehnt genug sein, um den gesamten Frequenzbereich, in dem effektiv Strahlungsenergie fließt, abzudecken, andererseits aber auch fein genug sein, um Absorptionskanten und einzelne Photoionisationskontinua darzustellen. Hierzu waren vierundvierzig Frequenzpunkte notwendig.

Durch die Diskretisierung gehen die Differentialgleichungen (4.3) und (4.6) in Differenzgleichungen über, wobei der Strahlungstransport nach der Methode von Feautrier (1964) als Differenzgleichung zweiter Ordnung formuliert wird. Winkelintegrale gehen in Gaußquadraturen über, Frequenzintegrationen werden durch Trapez- bzw. Simpsonregel approximiert. Dabei wird die Simpsonintegration vorwiegend im Wien-Bereich und im Maximum des Spektrums wegen der starken Variation des Integranden verwandt, während im Rayleigh-Jeans-Bereich die lineare Approximation ausreichend ist.

Zur vollen Würdigung der Komplexität des Problems sei jetzt zunächst einmal zusammengetragen, wieviele Gleichungen zur Lösung anstehen. Von den in Abschnitt 4.2.1. diskutierten Gleichungen sind vier (Strahlungsgleichgewicht, hydrostatische und Dichtegleichung, Ladungserhaltung) einfach vertreten. Von den statistischen Gleichungen sind insgesamt zweiundzwanzig vorhanden ($5 \times \text{H}^0$, H^+ , $5 \times \text{He}^0$, $10 \times \text{He}^+$, He^{++}). Die Strahlungstransportgleichung muß für alle Winkel und alle Frequenzen gelöst werden, zusammen also $3 \times 44 = 132$ -mal. Damit sind pro Tiefenpunkt insgesamt 158 Gleichungen zu lösen, in der gesamten Atmosphäre somit 14 220 Gleichungen. Dabei sind alle nicht-linear miteinander gekoppelt.

Eine ausführliche Beschreibung des Lösungsalgorithmus wurde zum Beispiel in Mihalas (1978, S.230ff.) oder in Husfeld (1982) gegeben und soll hier nicht wiederholt werden. Es sei lediglich der prinzipielle Weg skizziert : Zunächst verzichtet man auf die simultane Berechnung der Winkelabhängigkeit des Strahlungsfeldes und rechnet stattdessen mit der mittleren Intensität J_ν , so daß das Strahlungstransportproblem nur noch 44 - anstatt 132 - mal zu lösen ist. Die Winkelver-

teilung der Strahlungsenergie wird dabei durch einfache numerische Faktoren, die Eddingtonfaktoren f_v ausgedrückt, die durch Iteration bestimmt werden.

Das dadurch um mehr als einen Faktor Zwei reduzierte Problem wird nun durch eine Newton - Raphson - Iteration gelöst. Bezeichnen wir formal die konstituierenden Gleichungen mit $(f_1, \dots, f_I)^T =: \underline{f}$, die entsprechenden Unbekannten mit $(x_1, \dots, x_J)^T =: \underline{x}$, so suchen wir die Lösung des Systems

$$\underline{f}(\underline{x}) = 0 \quad . \quad (4.12)$$

Aus einem bereits bekannten Variablenvektor $\underline{x}^0$, der die Gleichung (4.12) nicht erfüllt, erhalten wir die Lösung $\underline{x}$ durch Addition eines Korrekturvektors $\underline{\delta x}$ und schreiben :

$$\underline{f}(\underline{x}) = \underline{f}(\underline{x}^0 + \underline{\delta x}) \approx \underline{f}(\underline{x}^0) + \underline{\frac{\partial f}{\partial \underline{x}}} \underline{\delta x} \quad . \quad (4.13)$$

In der linearen Näherung wird daraus durch Nullsetzen des rechten Ausdrucks eine Approximation von $\underline{\delta x}$ berechnet und zu $\underline{x}^0$ addiert, um eine verbesserte Annäherung an $\underline{x}$ zu erhalten. Dieses Verfahren muß selbstverständlich bis zur Konvergenz iteriert werden mit der verbesserten Lösung als neuem $\underline{x}^0$.

Das Verfahren wird wegen der Entwicklung aller Variablen $x_j = x_j^0 + \delta x_j$ als vollständige Linearisierung bezeichnet. Es wurde von Auer & Mihalas (1969) vorgeschlagen, nachdem Versuche, das vollständige non - LTE - Problem durch Iteration oder partielle Linearisierung einiger als "besonders wichtig" empfundener Variabler zu lösen, fehlgeschlagen waren, und hat sich seitdem als ein allgemein stabiles Verfahren bewährt. Es illustriert damit die starke wechselseitige Abhängigkeit aller Variablen voneinander, deren Einflüsse zumindestens in erster Ordnung simultan berücksichtigt werden müssen.

Die quadratische Funktionalmatrix

$$\left[\underline{\frac{\partial f}{\partial \underline{x}}} \right]_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (4.14)$$

wird aus den aktuell bekannten Werten von $\underline{x}^0$ berechnet. Ihr Rang ist (durch die Vernachlässigung konsistenter Winkelabhängigkeit für das Strahlungsfeld) gleich 6300, so daß eine direkte Lösung des linearen Gleichungssystems für $\underline{\delta x}$ nicht in

Betracht kommt. Stattdessen wird ausgenutzt, daß eine Kopplung der Variablen verschiedener Tiefenpunkte nur durch die Gleichungen des Strahlungstransportes (Gl.4.3) und des hydrostatischen Gleichgewichts (Gl.4.6) erfolgt. Infolge ihrer Formulierung als Differential – bzw. Differenzengleichung wird jeder Tiefenpunkt nur mit dem nächstinneren und dem nächstäußeren Punkt des Tiefengitters verknüpft. Dadurch kann der Funktionalmatrix eine Blocktridiagonalgestalt gegeben werden, indem jeweils die Gleichungen f_i und die Variablen x_j eines Tiefenpunktes zusammengefaßt und diese Gruppen nach dem Tiefenindex geordnet werden. Die auftretenden Blockuntermatrizen haben den Rang 70, entsprechend der Zahl der Variablen bzw. Gleichungen pro Tiefenpunkt. Die Tridiagonalform kann einfach durch Vorwärtselimination der einen Nebendiagonalen und Rückwärtseinsetzen in die andere gelöst werden, wozu die Invertierung und Speicherung von 90 (=Zahl der Tiefenpunkte) im wesentlichen vollbesetzten Untermatrizen notwendig ist.

4.2.2.2. Numerisch begründete Beschränkungen : Die notwendige Invertierung der Unterblöcke der Funktionalmatrix stellt ein großes Problem dar, wenn man versucht, den Umfang der zu lösenden Aufgabe zu vergrößern. Bekanntermaßen skaliert der Rechenaufwand für eine Matrixinvertierung mit der dritten Potenz des Matrizenrangs, so daß auch bei nur moderat komplexeren Problemen die Rechenzeit stark verlängert wird. Zudem ist zu berücksichtigen, daß durch die begrenzte Genauigkeit der Zahldarstellung in einer Rechenmaschine bei steigendem Rechenumfang ein wachsender Rundungsfehler akkumuliert wird, so daß jenseits einer von der jeweiligen EDV – Anlage abhängigen Matrixgröße verfeinerte – und damit auch sehr viel teure – Algorithmen zur Invertierung benutzt werden müssen. Für die Cyber – Rechenanlagen der Firma Control Data Corporation, auf denen das benutzte Programm ablief, mit ihrer Wortlänge von 60 Bit und der daraus folgenden Zahldarstellungsgenauigkeit von $\approx 10^{-14}$ liegt diese Grenze bei einem Matrizenrang von etwa 100.

Wie bereits oben nachgerechnet, wird die Zahl der lokalen Variablen und damit die Größe der zu invertierenden Untermatrizen wesentlich durch die Zahl der Frequenzpunkte und – in geringerem Umfang – der non – LTE – Zustände bestimmt. Eine Berücksichtigung von radiativen Linienübergängen z.B. in den Ratengleichungen von Wasserstoff und Helium (wie in Abschnitt 4.2.1.10. angesprochen) erhöht den Matrizenrang bei nur fünf Frequenzpunkten pro Linie

und einer Zahl von jeweils sechs Linien für Wasserstoff und ionisiertes Helium – eine sehr dürftige Beschreibung – auf 130, der Rechenaufwand wird aus den eben genannten Gründen dadurch so hoch, daß zumindestens der Einsatz des Programmes zu umfangreichen Produktionsläufen nicht in Frage kommt.

Aus demselben Grund verbietet sich auch die Berücksichtigung weiterer Elemente in den Modellberechnungen, denn auch sie müssen im non-LTE behandelt werden (siehe Mihalas, 1972a; Husfeld, 1982), infolgedessen stiege die Zahl der Ratengleichungen, und zusätzliche Frequenzpunkte müßten die Strahlungsübergänge der neuen Elemente abdecken.

4.2.2.3. Das Computerprogramm : Am Beginn der Arbeit bestand die Absicht, zur Durchführung der vorliegenden Analyse das bestehende, in FORTRAN66 geschriebene Modellatmosphärenprogramm, dessen erste Version von Kudritzki (1973) beschrieben und im Laufe der folgenden Jahre weiterentwickelt wurde, in modifizierter Form zu verwenden. Dazu wäre eine detailliertere Beschreibung des Heliummodellatoms notwendig gewesen, d.h. neue Ratengleichungen wären zu lösen, neue atomare Daten zu berechnen und eine geänderte Frequenzskala zu definieren gewesen. Zudem wäre die Umformulierung einiger Gleichungen notwendig geworden, da die ehemals gewählte und programmierte Form zu stark auf Wasserstoff als häufigstem Element Bezug nahm, so daß bei sehr geringem Wasserstoffanteil in der Atmosphäre numerisch bedingte Instabilitäten zu befürchten waren.

Genaue Analyse des bestehenden Programms zeigte dann aber, daß zur Durchführung dieser Änderungen kaum ein Programmteil ungeändert hätte übernommen werden können, stattdessen erhebliche Arbeit in die Überarbeitung der wesentlichen Programmteile zu investieren gewesen wäre. Hinzu kam, daß bedingt durch den frühen Entstehungszeitpunkt und die zahlreich durchgeführten Änderungen das Programm sich bereits äußerst unübersichtlich präsentierte, was durch neuerliche Modifikationen zu einem Extrem gesteigert worden wäre, daß jegliche Wartung und Softwarepflege zur Sisypusarbeit gemacht hätte.

Aus diesen Gründen wurde die ursprüngliche Absicht fallengelassen und stattdessen das Modellatmosphärenprogramm vollkommen neu geschrieben. Die Entwicklung des neuen Codes beanspruchte etwa ein halbes Jahr, weitere drei Monate

waren notwendig für Tests und Fehlerbeseitigung. Als Programmiersprache wurde wiederum FORTRAN66 gewählt, was sich leider als nicht sehr zukunftssträftig erwies, aber durch die fehlende Verfügbarkeit eines FORTRAN77 - Compilers an der Cyber 175 - Anlage des Wissenschaftlichen Rechenzentrums Berlin, wo das Programm entwickelt wurde, ohne reelle Alternative war.

Der neugeschaffene Code - mit einem Gesamtumfang von ungefähr 6800 Zeilen Quelltext - besteht aus vier Programmpaketen, die nicht vollkommen voneinander getrennt sind, da einige Unterroutinen - wie etwa zur Opazitätenberechnung - von mehreren Paketen benutzt werden.

Die erste Programmgruppe berechnet unter der Annahme von LTE und unter Berücksichtigung einer frequenzgemittelten Opazität eine sogenannte "graue" Atmosphärenschichtung, die für die tieferen Photosphärenschichten bereits eine gute Approximation der finalen Schichtung darstellt. Aus diesem Grunde eignet sie sich gut als Startnäherung für die nachfolgenden Rechnungen nach der Methode der vollständigen Linearisierung.

Eine zweite Gruppe von Routinen berechnet aus gegebenen und fixierten Besetzungszahlen, Temperaturen und Elektronendichten Opazitäten und Emissivitäten und löst für diese das (formal isolierte) Strahlungstransportproblem für alle Frequenz- und Winkelpunkte. Aus den sich ergebenden spezifischen Intensitäten werden anschließend die Eddingtonfaktoren bestimmt. Dieser Programmteil läuft im Wechsel mit der vollständigen Linearisierung ab, die - wie im Abschnitt 4.2.2.1. erläutert - die Winkelabhängigkeit des Strahlungsfeldes nicht konsistent mitrechnet.

Das dritte Paket stellt das Herzstück des Programmes dar. Es erzeugt und löst das linearisierte Gleichungssystem (4.13) und verbessert durch die so berechneten Korrekturen δx die augenblickliche Näherungslösung für Temperaturen, Dichten, Besetzungszahlen und winkelmitteltes Strahlungsfeld. Ob und wieviele der Zustände von H^0 , He^0 und He^+ dabei im non-LTE behandelt werden, ist im Programm nicht festgelegt, sondern wird durch Dateneingabe bestimmt.

Teil 4 des Programmsystems beinhaltet eine Sammlung von Routinen zur Ausführung verschiedener, untergeordneter Aufgaben (Ausdruck von Atmosphärenmodellen, Druckformattierung, Kurzinformation über Modelle und ähnliches).

Der Quelltext aller Routinen ist durch reichliche Verwendung von Kommentarkarten sehr übersichtlich gehalten, zur Beschreibung aller inneren und äußeren Eigenschaften des Programms existiert eine umfangreiche Dokumentationschrift (Husfeld, 1983a). Programm und Dokumentation sind an den Sternwarten der Universitäten München und Kiel verfügbar.

4.2.3. Test des Modellatmosphärenprogramms

In diesem Abschnitt soll die Überprüfung des neu geschriebenen Modellatmosphärenprogramms unter zwei verschiedenen Gesichtspunkten behandelt werden. Zunächst ist zu prüfen, ob der Code die richtige Lösung der in 4.2.1. aufgestellten Gleichungen liefert oder ob Programmierfehler vorliegen. Sodann muß nach Möglichkeit der Einfluß von Vereinfachungen bei der Aufstellung dieser Gleichungen auf die Atmosphärenstruktur untersucht werden.

Der einfachste Weg zur Aufdeckung möglicher Programmierfehler besteht in dem Vergleich mit anderen non-LTE-Modellatmosphärenprogrammen. Vorteilhafterweise weichen alle bestehenden Codes in der Gleichungsformulierung nur wenig voneinander ab, und nennenswerte Unterschiede bestehen nur im Umfang der non-LTE-Beschreibung für Helium, die im hier vorgestellten Programm aber frei definiert werden und somit einem Vergleichsprogramm komplikationslos angepaßt werden kann.

Im wesentlichen wurde das alte Modellatmosphärenprogramm von Kudritzki (1973) zu Vergleichszwecken herangezogen. Für einige Parameterkombinationen ($(T_{\text{eff}}, \log g, \epsilon_{\text{He}}) = (40000, 4, .091), (45000, 4, .5) \text{ und } (100000, 5, .091)$) wurden Modelle im LTE und im non-LTE mit beiden Codes berechnet und auf Unterschiede untersucht. Die LTE-Modelle zeigen geringe Temperaturdifferenzen ($\approx 200\text{K}$) in den äußersten Atmosphärenschichten, die zu keinen beobachtbaren Unterschieden in den ausgesandten Strahlungsflüssen führen können. Die non-LTE-Modelle (im neuen Programm mit 5,1 und 1 non-LTE-Niveaus für H^0 , He^0 und He^+ , im Kudritzischen Programm ohne Wasserstofflinien gerech-

net) sind bezüglich der Temperatur-, Druck- und Elektronendichteschichtung innerhalb von einem Promille identisch. Auch die Wasserstoffbesetzungszahlen werden bis auf ein Prozent gleich berechnet. Dagegen weisen die Besetzungszahlen der Grundzustände von He^0 und He^+ Abweichungen von 20 % auf (sie werden vom neuen Programm größer bestimmt), die in den äußeren Modellschichten bis zu einer integrierten Säulenmasse $m \approx 10^{-2.5} \text{ g/cm}^2$ auftreten. Auch hier sind wiederum keine unterschiedlichen Flußverteilungen zu erwarten, da diese erst nach den noch folgenden *line formation*-Rechnungen für Wasserstoff und Helium (siehe übernächsten Abschnitt) bestimmt werden, in die aus den Atmosphärenmodellen nur Temperatur, Druck und Elektronendichte eingehen. Alle zwischen den mit verschiedenen Programmen berechneten Modellen auftretenden Unterschiede können durch die in einigen Frequenzbereichen (im wesentlichen das Balmer- und das HeII -Lymankontinuum) verschiedene Wahl der Frequenzpunkte und des Quadraturverfahrens (Trapez- bzw. Simpsonintegration) erklärt werden.

Mittels des Kudritzskischen Programmes war es aber nicht möglich, das neue Programm bei Berücksichtigung von mehr non-LTE-Zuständen in He^0 und He^+ zu testen. Auch waren zunächst keine von anderer Seite berechneten Modelle dieser Art verfügbar. (Die von Giddings, 1980 erstellten Atmosphärenmodelle für extrem heliumreiche sdO-Sterne wurden leider nicht publiziert.) Glücklicherweise ergab sich aber die Möglichkeit, im Rahmen einer kurzfristigen Zusammenarbeit mit Dr.D.C.Abbott und Dr.D.G.Hummer deren Atmosphärenmodell für den O4f-Stern ζ Puppis (berechnet mit je zwei non-LTE-Zuständen in neutralem und ionisiertem Helium) mit den eigenen Rechnungen zu vergleichen. Abbildung (4.1) zeigt die Temperaturschichtung für $T_{\text{eff}} = 42\,000 \text{ K}$, $\log g = 3.5$, $\epsilon_{\text{He}} = 0.14$ und verschiedenem Umfang der non-LTE-Beschreibung, wie sie vom eigenen Programm berechnet werden. Die Tiefenvariable in diesen (und ähnlichen) Diagrammen ist die von außen integrierte Masse m in einer Säule mit Einheitsquerschnitt. Es erweist sich zunächst einmal, daß die Berücksichtigung von mehr Zuständen im statistischen Gleichgewicht (als im Kudritzki-Programm) deutliche Konsequenzen für die berechnete Atmosphärenschichtung hat. Bemerkenswert ist vor allem, daß auch in der Kontinuumsstiefe des visuellen Spektrums ($\log m \approx 0$) noch Temperaturänderungen von mehr als 1000 K auftreten, die damit größer sind als diejenigen beim Übergang vom LTE-Modell auf das non-LTE-(5101)-Modell. (Die hier verwendete Kurzschreibweise spezifiziert den Umfang der non-LTE-Behandlung: "(ijkk)" meint i Zustände von H^0 , j von He^0 und kk

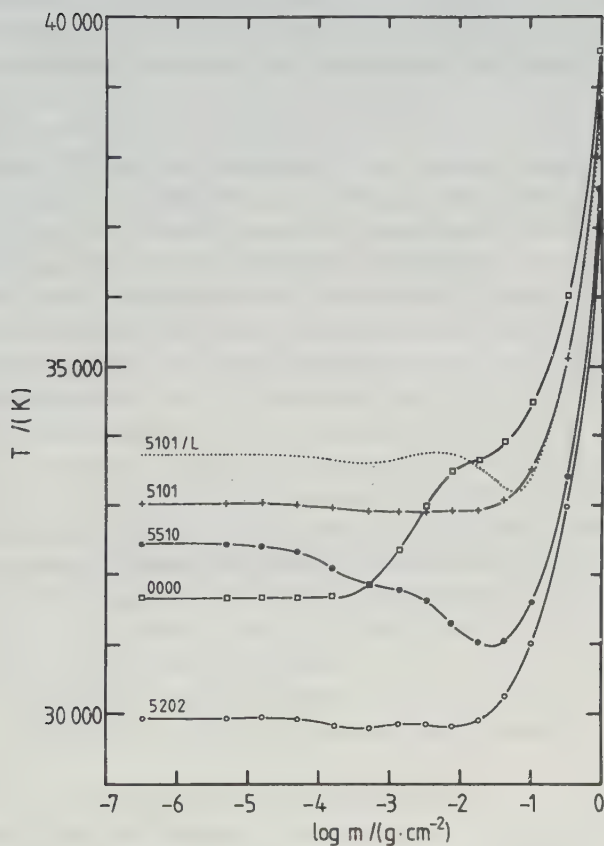


Abbildung 4.1: Vergleich der theoretischen Temperaturschichtungen bei verschieden detaillierter non-LTE-Beschreibung von Wasserstoff und Helium. Die Bezeichnung der Kurven entspricht der im Text beschriebenen Konvention. Der Zusatz '/L' kennzeichnet ein Modell, das sechs Wasserstofflinien berücksichtigt. Die Modellparameter sind $T_{\text{eff}} = 42\,000\text{ K}$, $\log g = 3.5$, $\epsilon_{\text{He}} = 0.14$.

von He^+ im statistischen Gleichgewicht.) Deutlich ist zudem, daß mit je zwei non-LTE-Zuständen in den beiden Heliumionen die endgültige Beschreibung noch nicht gefunden wird, auch wenn die Unterschiede zwischen dem (5202)- und dem (5510)-Modell erst bei geringen Atmosphärentiefen groß werden, die durch weitere, hier aber nicht berücksichtigte Umstände (z.B. Linienübergänge im statistischen Gleichgewicht, weitere Opazitäten durch Metalle) in zusätzlicher Weise beeinflußt werden.

Der Vergleich mit den entsprechenden Modellen von Abbott und Hummer (siehe die Abbildung 12 in Abbott & Hummer, 1985) zeigt nun, daß die Verbesserung der non-LTE-Beschreibung für Helium in beiden Fällen die gleiche Änderung hervorruft (zumindestens in der Nähe des Temperaturminimums). Die Abbott & Hummer-Modelle sind allerdings in den Außenschichten um 1000 - 2000 K heißer, was durch die Berücksichtigung von sechs Wasserstofflinien in ihren Rechnungen zu erklären ist. (Vergleiche dazu auch die Darstellung des Kudritzki-Modells (41500,3.5,.138) in Abbildung(4.1), das diese Übergänge ebenfalls enthält: Ihr Einfluß besteht in der Tat aus einer Temperaturerhöhung der äußeren Atmosphäre.)

Abschließend zu diesem Punkt soll noch gesagt werden, daß die Änderungen, die durch eine genauere Beschreibung des Heliums hervorgerufen werden, bei normaler oder erhöhter Heliumhäufigkeit für alle hier interessierenden Sternparameter bedeutend sind, ihre Richtung aber nicht einheitlich ist. Bei $T_{\text{eff}} = 100\,000\text{ K}$, $\log g = 7$ und $\epsilon_{\text{He}} = 0.091$ zum Beispiel ist das (5510)-Modell um bis zu 4000 K heißer als das (5101)-Modell. Eine pauschale Korrektur der normalen (5101)-Modelle zur Berücksichtigung des Effektes ist also nicht möglich.

Im Gegensatz zu den non-LTE-Programmen, die zur Berechnung chemisch normaler Modellatmosphären (vorwiegend aus Wasserstoff bestehend) dienen, werden in dem neuen Programm Linienübergänge in den Ratengleichungen nicht berücksichtigt. Die Notwendigkeit dieser Einschränkung wurde im vorangegangenen Abschnitt begründet. Offen ist allerdings die Frage ihrer Konsequenz für das Rechenergebnis, die sich zur Zeit nicht endgültig beantworten läßt, da ein Atmosphärenprogramm, daß die Heliumlinien mitbehandelt, nicht verfügbar ist. Die entsprechende Frage kann aber für wasserstoffreiche Atmosphären geklärt werden, und wir hoffen, daß die Schlußfolgerungen auf die heliumreichen Atmosphären übertragbar sind. Diese Abschätzung wurde schon von Giddings (1980) durch-

geführt für Effektivtemperaturen von etwa 40 000 – 50 000 K. Da die hier behandelten Sterne aber heißer sind (siehe Abschnitt 4.4.3.), wurde der Test von uns bei höheren Temperaturen wiederholt. Abbildung (4.2) zeigt die Temperaturschichtung für $T_{\text{eff}} = 100\,000\text{ K}$, $\log g = 5$ und $\epsilon_{\text{He}} = 0.091$ in Modellen, die ohne (NLTE/C) bzw. mit (NLTE/L) Berücksichtigung von Wasserstofflinien berechnet wurden. Wie üblich führen die Linien zu einer Temperaturerhöhung der äußeren Atmosphäre (zur Begründung siehe Mihalas, 1978, S.239ff.), die aber auf Atmosphärentiefen $\log m < -1$ beschränkt ist. Dadurch werden die kontinuumsformenden Schichten nicht beeinflusst, während die Linienquellfunktionen wenig von der Temperatur abhängen. Ausgehend von den gezeigten Modellstrukturen wurden gesonderte *line formation*-Rechnungen für Wasserstoff und Helium durchgeführt. Die sich daraus ergebenden Linienprofile für H_{γ} und $\text{HeII } \lambda 4686\text{\AA}$ sind in Tabelle (4.1) aufgeführt. Abweichungen zwischen NLTE/C- und NLTE/L-Modellen sind danach nur innerhalb von $\Delta\lambda = \pm 0.5\text{ \AA}$ um das Linienzentrum festzustellen. Die weiter außen entstehende HeII-Linie ist dabei stärker betroffen als H_{γ} . (Übrigens zeigt sich auch hier wieder die schlechte Vorhersagbarkeit von non-LTE-Effekten: Das heißere NLTE/L-Modell produziert die niedrigeren Flüsse in den Linienzentren.) Wir schließen, daß die Nichtberücksichtigung von Linien in den Modellrechnungen ohne Einfluß auf die bestimmten Atmosphärenparameter ist, wenn sich die Analyse nicht auf die zentralen Teile der Linienprofile stützt. Damit wird die Schlußfolgerung von Giddings (1980) bestätigt.

4.2.4. Schwierigkeiten bei der Modellberechnung

Nachdem die Entwicklung und Erprobung des Modellatmosphärenprogramms abgeschlossen war, wurde mit den Produktionsläufen begonnen. Gleich zu Beginn stand der Versuch, ein Modell mit den von Giddings (1980) für den Stern CPD - 31 1701 bestimmten Parametern $T_{\text{eff}} = 42\,500\text{ K}$, $\log g = 5.5$ und $\epsilon_{\text{He}} = 1$ (bzw. 0.99) zu rechnen. Obwohl in der zitierten Arbeit von Giddings bereits erwähnt wurde, daß die Berechnung von Modellatmosphären mit diesen und auch anderen Parametern auf Schwierigkeiten stößt, war es doch überraschend, daß bei den angegebenen Parameterwerten noch nicht einmal ein (ansonsten unkriti-

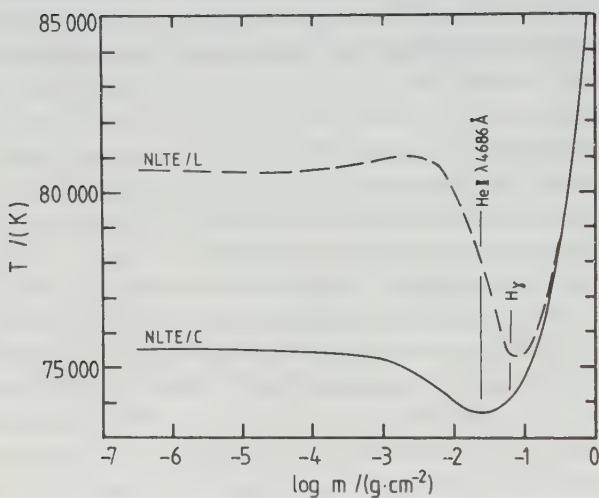


Abbildung 4.2 : Vergleich der Temperaturschichtungen von Kontinuums/(C)- und Linien/(L)-Modellen. Die Parameter sind $T_{\text{eff}} = 100\,000\text{ K}$, $\log g = 5$, $\epsilon_{\text{He}} = 0.091$, es werden fünf H^0 -Zustände und die Grundzustände von He^0 und He^+ im non-LTE behandelt. Zusätzlich sind die Entstehungstiefen ($\tau = 1$) in den Linienzentren von H_γ und $\text{HeII } \lambda 4686\text{ \AA}$ eingetragen.

Tabelle (4.1) : Linienprofile von H_{γ} und $HeII\ \lambda 4686\text{\AA}$ für NLTE/C- und NLTE/L-Modelle. $\Delta\lambda$ ist der Abstand zum Linienzentrum in Angström.

$\Delta\lambda$	H_{γ}		$HeII\ \lambda 4686\text{\AA}$	
	NLTE/C	NLTE/L	NLTE/C	NLTE/L
10	.982	.982	.991	.991
8	.972	.972	-	-
7	-	-	.980	.980
6	.951	.951	-	-
5	.933	.933	.961	.961
4	.903	.903	.940	.940
3	.856	.856	.903	.903
2	.777	.778	.832	.832
1	.643	.644	.700	.699
.8	-	-	.659	.657
.7	.593	.593	-	-
.6	-	-	.625	.621
.4	.568	.564	.694	.687
.2	.574	.566	.836	.814
0	.579	.569	.900	.869
-.2	.574	.566		
-.4	.570	.566		
-.6	.586	.584		
-.8	.620	.620		
-1	.662	.663		
-2	.813	.812		
-3	.852	.852		
-4	.893	.894		
-5	.923	.924		
-6	.944	.944		
-8	.968	.968		
-10	.980	.980		

ches) LTE – Modell konvergiert werden konnte. Da bereits früher die Erfahrung gemacht wurde, daß die LTE – Rechnung durch Vorgabe einer geeigneten Temperaturschichtung beschleunigt werden kann, berechneten wir daraufhin eine Reihe von LTE – Modellen mit steigenden Heliumhäufigkeiten, beginnend mit $\epsilon_{\text{He}} = 0.2$. Dabei wurde bei Erhöhung des Heliumanteils die Temperaturschichtung des vorhergehenden Modells als Ausgangsnäherung verwendet. Auf diese Weise gelang es, über Zwischenstufen von $\epsilon_{\text{He}} = 0.5$ und 0.75 ein konvergiertes LTE – Modell mit $\epsilon_{\text{He}} = 0.95$ zu erhalten, aber auch mit diesem Modell als Startpunkt der Iteration war es nicht möglich, schließlich für $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$ zur Konvergenz zu kommen.

Daraufhin wurden die für verschiedene Heliumhäufigkeiten berechneten Modelle einer genauen Untersuchung unterzogen. Dabei stellte sich heraus, daß bei $\epsilon_{\text{He}} = 0.95$ eine äußerst bemerkenswerte Temperaturschichtung auftrat (Abbildung 4.3) : Bei einer Tiefe $\log m \approx -2.5$ zeigt sich ein Temperaturminimum von etwa 29 000 K, nach außen steigt die Temperatur dann zunächst um 4000 K an, um schließlich auf den Randwert von 30 000 K abzufallen. Damit ähnelt der Verlauf dem eines non – LTE – Modells, vergleichbare Temperaturinversionen in dieser Größe waren für LTE – Modelle aber nicht bekannt. Daher wurde zunächst ein bislang unentdeckter Programmfehler vermutet, der wochenlang ergebnislos gesucht wurde. Schließlich bot sich die Möglichkeit, das eigene Modell zu vergleichen mit den Ergebnissen eines LTE – Modellatmosphärenprogramms, das unabhängig und unter Benutzung eines anderen Lösungsverfahrens (partielle Linearisierung) erstellt worden war (Gold, 1985). Der sich damit ergebende Temperaturverlauf ist ebenfalls in Abbildung (4.3) dargestellt und zeigt das gleiche sonderbare Verhalten, das damit als reell anzusehen ist. In den Absolutwerten der Temperatur und der Lage der Temperaturinversion zeigen sich zwar Unterschiede zu den eigenen Resultaten, die aber wohl dadurch zu erklären sind, daß die Modelle von Gold neben Wasserstoff und Helium 26 weitere Elemente in solaren Verhältnissen zu Wasserstoff berücksichtigen.

Da das gefundene Ergebnis nun aber dem Kanon von der monoton fallenden Temperatur in LTE – Modellen widerspricht (siehe z.B. Mihalas, 1978, S.239), stellt sich die Frage, wodurch die beobachtete Inversion entsteht. Die Temperatur wird im wesentlichen durch die Gleichung des Strahlungsgleichgewichtes (4.5) bestimmt. Bei gegebener Atmosphärentiefe gilt für alle optisch dicken Frequenzen $J_{\nu} = S_{\nu}$, ihr Beitrag zu dem Integral verschwindet daher. Für optisch dünne

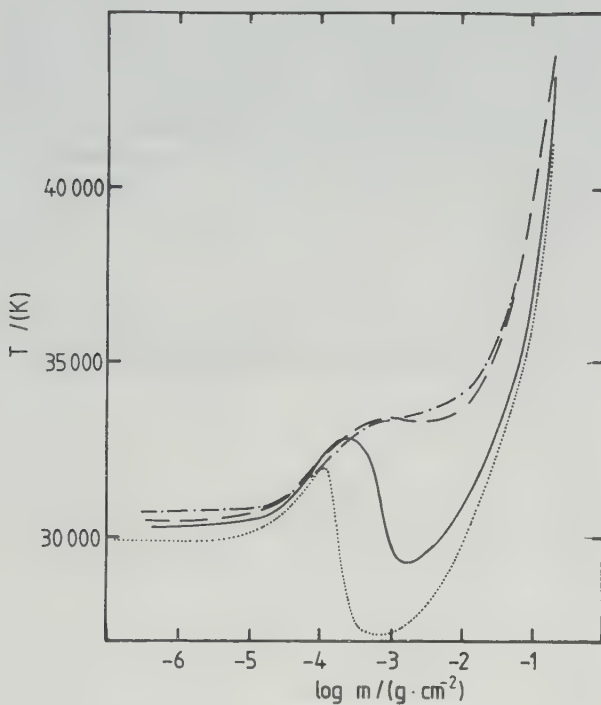


Abbildung 4.3 : Temperaturschichtungen pekuliärer LTE - Modelle mit $T_{\text{eff}} = 42\,000\text{ K}$ und $\log g = 5.5$. Die Heliumhäufigkeiten sind $\epsilon_{\text{He}} = 0.2$ (strich - punktiert), 0.5 (gestrichelt) und 0.95 (durchgezogen). Zum Vergleich das Modell von M.Gold mit $\epsilon_{\text{He}} = 0.95$ (punktiert, siehe Text).

Frequenzen läßt sich das Strahlungsfeld durch die Eddington – Barbier – Relation

$$J_{\nu} = \frac{1}{2} S_{\nu}(\tau_{\nu} = 2/3) \quad (4.15)$$

aus der Quellfunktion an der "Entstehungstiefe" $\tau_{\nu} = 2/3$ bestimmen. Der Faktor $1/2$ berücksichtigt dabei die Tatsache, daß die Strahlung dabei nur aus einer Hemisphäre kommt. Im vorliegenden LTE – Fall gilt zudem, daß die Quellfunktion durch die Plancksche Funktion $B_{\nu}(T)$ gegeben ist, und die obige Relation kann umgeformt werden zu :

$$J_{\nu} = \frac{1}{2} B_{\nu}(T_{\text{rad}}) \quad (4.16)$$

wobei die Strahlungstemperatur T_{rad} der Temperatur an der Entstehungstiefe entspricht. Damit erhalten wir schließlich für das Strahlungsgleichgewicht

$$\int \kappa_{\nu} \left\{ \frac{1}{2} B_{\nu}(T_{\text{rad}}) - B_{\nu}(T) \right\} d\nu = 0 \quad (4.17)$$

mit einer Integration über alle optisch dünnen Frequenzen. Die Entstehungstiefen und Strahlungstemperaturen für das fragliche Modell können der Abbildung (4.4 a) entnommen werden.

Die Abbildungen (4.4 b – d) zeigen den Frequenzverlauf des Integranden von Gleichung (4.5), $\Delta E_{\nu} = \kappa_{\nu}(J_{\nu} - B_{\nu})$ für drei Atmosphärentiefen, die den Bereich des Temperaturminimums eingrenzen. Die Größe ΔE_{ν} gibt den Nettogewinn an Energie pro Zeit – , Volumen – und Frequenzeinheit an. Es zeigt sich, daß in den äußeren Schichten das HeI – Grundzustandskontinuum das Plasma kühlt, während das Wasserstoff – Lymankontinuum vorwiegend heizt. Das HeII – Lymankontinuum dagegen spielt allenfalls eine geringe Rolle in der äußersten dargestellten Schicht : generell sind bei diesen Frequenzen die optischen Tiefen zu groß und die Strahlung ist im detaillierten Gleichgewicht mit der Materie.

Da hauptsächlich das He⁰ die Atmosphäre kühlt, ist die Aussage der Abbildung (4.5) interessant : Sie zeigt, daß genau in dem Bereich des Temperaturminimums die Ionisation des Heliums von He⁺⁺ umschlägt in He⁺, und damit auch der Anteil an neutralem Helium drastisch anwächst. Zumindestens qualitativ ist einleuchtend, daß in diesen Schichten die Plasmatemperatur sinken wird. Allerdings ist ein Temperaturabfall in den Schichten, in denen eine starke Opazität

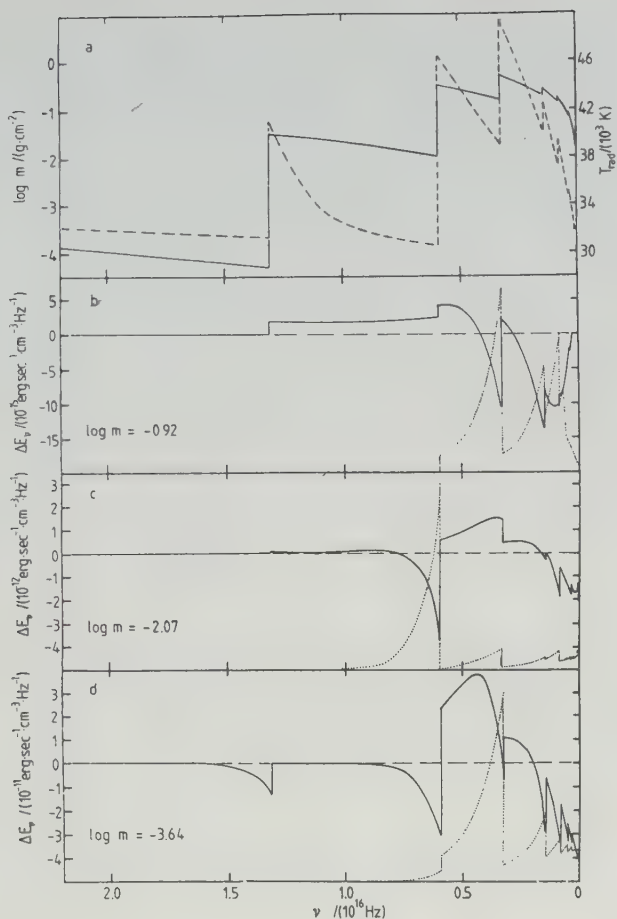


Abbildung 4.4: Kontinuumsentstehungstiefen, Strahlungstemperaturen und Beiträge zum Strahlungsgleichgewicht des Modells (42500, 5.5, 0.95). **a:** Entstehungstiefe m ($\tau_{\nu} = 2/3$) der Kontinuumsstrahlung (durchgezogene Kurve) und Strahlungstemperatur (gestrichelte Kurve). **b–d:** Nettobeiträge ΔE_{ν} zum Strahlungsgleichgewicht (durchgezogene Kurve) und Gewichtsfunktion (punktierte Kurve, siehe Text) für drei verschiedene Atmosphärentiefen.

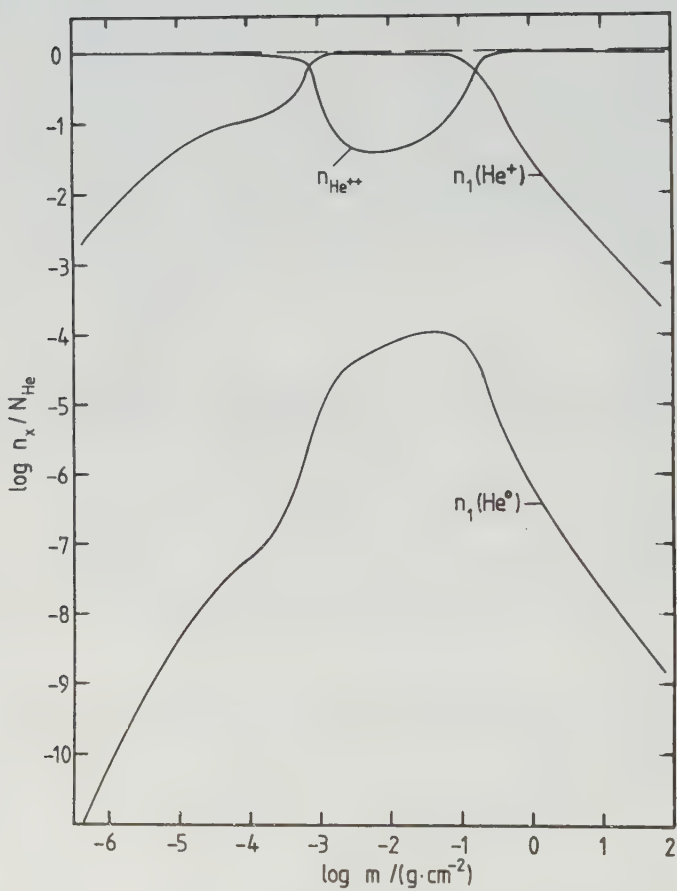


Abbildung 4.5 : Verlauf der Heliumionisation im Modell (42000,5.5, 0.95).

optisch dünn zu werden beginnt, ein wohlverständener Effekt in LTE - Atmosphären (Mihalas, 1978, S.205ff), der allein keiner weiteren Erklärung bedarf. Es bleibt aber die Frage, wie es außerhalb des Minimums zu einem Anstieg der Temperatur kommen kann. Zu ihrer Beantwortung wenden wir uns noch einmal den Abbildungen (4.4 b - d) zu. Gepunktet ist dort (in willkürlichem Maßstab) eine Gewichtsfunktion eingetragen, die angibt, mit welcher relativen Bedeutung die verschiedenen Frequenzbereiche in die Bestimmung der lokalen Temperatur eingehen. Sie ist durch $\kappa_{\nu} B_{\nu}(T_{\text{rad}})$ gegeben, verschwindet aber aus bereits genannten Gründen für optisch dicke Frequenzen. In der größten Tiefe $\log m = -0.92$ werden danach die Verhältnisse durch das Wasserstoff - Lymankontinuum und die visuellen Spektralbereiche bestimmt. Das HeI - Grundzustandskontinuum ist ohne Bedeutung, da es noch optisch dick ist. Bei der Tiefe $\log m = -2.07$ dagegen dominiert es deutlich alle anderen Spektralbereiche. Im Maximum der Gewichtsfunktion entspricht das Strahlungsfeld einer Temperatur T_{rad} von etwa 31 000 K. Bei Benutzung der Gleichung (4.17) für dieses Maximum allein findet man daraus eine lokale Temperatur von 28 800 K, die recht genau der beobachteten Minimumtemperatur entspricht.

Bei $\log m = -3.64$ hingegen ist durch die hohe Ionisation des Heliums das Wasserstoff - Lymankontinuum wieder zum bestimmenden Frequenzbereich geworden. Die hier empfangene Strahlungstemperatur beträgt etwa 40 000 K, woraus durch die "Verdünnung" des Strahlungsfeldes um den Faktor zwei eine lokale Temperatur von 34 000 K folgt. Damit wird auch das Temperaturmaximum von 33 000 K recht gut vorhergesagt.

Schließlich stellen wir zusammenfassend fest, daß die beobachtete Temperaturinversion so zu erklären ist, daß zunächst das optisch dünn werdende, starke HeI - Kontinuum zu einem Temperaturabfall führt, diese Opazität dann aber durch Ionisationseffekte verschwindet, so daß das vorher dominante Wasserstoff - Lymankontinuum wieder beherrschend wird und den Temperaturwert vor dem durch HeI verursachten Abfall restauriert.

Auch die beobachteten Konvergenzschwierigkeiten bei der Modellerstellung lassen sich nun recht einleuchtend erklären. Da die Temperaturschichtung wesentlich von der Heliumionisation bestimmt wird, diese aber am Umschlagpunkt von He^+ zu He^{++} empfindlich von der Temperatur selbst abhängt, ist die Wechselwirkung zwischen Strahlungsgleichgewicht und Saha - Boltzmann Gleichungen

(vermutlich auch noch mit weiteren Gleichungen) extrem nicht-linear und wird durch die Linearisierung (Kopplung nur in erster Ordnung berücksichtigt) schlecht beschrieben. Die Instabilitäten sind daher ursächlich auf die Ionisationsänderung von Helium zurückzuführen und demzufolge auch bei anderen Parametern zu erwarten. Genau dieses wurde bei der Erstellung des Modellatmosphärenrasters (siehe Abschnitt 4.3.2.) auch beobachtet: Entlang eines Streifens in der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Ebene, von $(\log T_{\text{eff}}, \log g)$ etwa gleich $(4.55, 3.5)$ bis $(4.7, 7)$, dabei bei höheren Schwerebeschleunigungen breiter in $\log T_{\text{eff}}$ -Richtung werdend, lassen sich Atmosphärenmodelle hohen Heliumgehalts gar nicht oder nur mit großer Mühe konvergieren. Dieser Streifen deckt sich, da die Ursache die gleiche ist, mit den Parameterwerten, für die von Groth et al. (1985) Konvektion in den Modellatmosphären gefunden wurde.

4.2.5. Die Berechnung der H - He - Linienprofile

Die in den vorherigen Abschnitten diskutierten Atmosphärenrechnungen behandeln die Modellatome von Wasserstoff und Helium im statistischen Gleichgewicht, so daß Abweichungen ihrer Besetzungszahlen vom LTE - Wert zugelassen werden. Es wurde aber bereits im Abschnitt 4.2.1.10. darauf hingewiesen, daß dabei in die Ratengleichungen die Strahlungsübergänge zwischen gebundenen Zuständen (Linienübergänge) nicht aufgenommen werden können. Mihalas & Auer (1970) zeigten jedoch, daß die mit Hilfe dieser Vereinfachung gewonnenen H - He - Besetzungszahlen unrealistische Linienprofile - insbesondere der Balmer-serie - liefern, so daß die aus den Atmosphärenrechnungen resultierenden Besetzungszahlen durch nachfolgende detailliertere Berechnung des statistischen Gleichgewichts unter Berücksichtigung der Linienübergänge verbessert werden müssen. Dieser Schritt wird allgemein als *non - LTE line formation* bezeichnet.

Offensichtlich ist dazu wieder eine simultane Lösung aller Ratengleichungen zusammen mit den Strahlungstransportgleichungen bei allen Frequenzen notwendig. Der einzige Unterschied zum Atmosphärenproblem besteht darin, daß Temperatur, Gasdruck und Elektronendichte aus dem vorliegendem Atmosphärenmodell über-

nommen und fixiert werden. Damit tauchen die Gleichungen (4.5), (4.6) und (4.8) in dem neuen System nicht mehr auf.

Die Ersparnis an zu lösenden Gleichungen mag unbedeutend erscheinen, da die Kopplung der verbliebenen Gleichungen immer noch nicht-linear ist, so daß wiederum die Methode der vollständigen Linearisierung zur ihrer Lösung notwendig ist. Von daher müßten die gleichen Restriktionen bezüglich des behandelbaren Umfangs von Modellatomen zu erwarten sein wie im vollständigen Atmosphärenfall.

Dennoch hat die Fixierung von Temperatur und Dichte beachtliche Konsequenzen für die möglichen Lösungsschemata der linearisierten Gleichungen.

Erstens sind die Besetzungszahlen verschiedener Elemente jetzt nur noch durch das Strahlungsfeld voneinander abhängig. Im wesentlichen kommt diese Kopplung durch den Überlapp von Absorptionskontinua zustande, denn die scharfen Linienabsorptionsprofile fallen selten zusammen. Daher können meistens die statistischen Gleichgewichte verschiedener Elemente getrennt gerechnet werden, wenn zunächst die Besetzungszahlen des häufigsten Elementes (und damit des stärksten Absorbers) bestimmt werden, die bei den nachfolgenden Rechnungen die Opazitäten und Kontinuumsstrahlungsfelder festlegen.

Zweitens ist es nun sinnvoll, die Lösung der non-LTE *line formation* mit einigen sogenannten Lambda-Iterationen zu beginnen. Dabei werden die Gleichungen des statistischen Gleichgewichts und des Strahlungstransportes nicht gleichzeitig, sondern getrennt iterativ gelöst, indem bei der Aufstellung der Ratengleichungen das Strahlungsfeld, bei der Lösung des Strahlungstransportes die Besetzungszahlen als bekannte Größen behandelt und ihre Werte aus der vorherigen Iteration übernommen werden. Der Rechenaufwand dafür ist naturgemäß sehr viel geringer als die simultane Lösung. Bekanntermaßen ist das Konvergenzverhalten der Lambda-Iteration völlig unbefriedigend, was sehr opake Übergänge - z.B. Resonanzlinien - angeht (siehe Mihalas, 1978, S.147f.). Ihre Eigenschaften sind aber ausreichend, um Übergänge geringer Opazität zufriedenstellend zu behandeln, insbesondere wenn die Quellfunktion dieser Übergänge stärker als die der Resonanzlinien an die (bekannte) Temperatur gekoppelt sind, was für subordinate Linien und Photoionisationskontinua hochangeregter Zustände häufig gegeben ist. Es ist deshalb möglich, umfangreiche Modellatome zu behan-

deln, indem durch eine Reihe von Lambda - Iterationen die schwachen Übergänge konvergiert und ihre Ratenkoeffizienten dann fixiert werden. Anschließend löst man dann ein reduziertes System von non - LTE - Zuständen, die durch starke Übergänge miteinander gekoppelt sind, durch vollständige Linearisierung. Nötigenfalls können Lambda - Iterationen und Linearisierungen abwechselnd wiederholt werden, um vollständige Konsistenz zu erreichen.

Drittens kann im Falle der non - LTE *line formation* ein vorteilhafteres Verfahren zur Auflösung der linearisierten Gleichungen benutzt werden. Es wurde von Auer & Heasley (1976) vorgeschlagen, und sein praktischer Nutzen resultiert daraus, daß der Rechenaufwand nurmehr linear mit der Zahl der Frequenzpunkte steigt. Das Auer & Heasley - Verfahren wurde bei den in Kapitel 5 beschriebenen non - LTE - Rechnungen für Metalle benutzt, und Anhang A gibt eine genauere Beschreibung der Methode.

Bei den in diesem Abschnitt behandelten *line formation* - Rechnungen für Wasserstoff und Helium wurde nur von den ersten beiden Vereinfachungsmöglichkeiten Gebrauch gemacht, während zur Gleichungslösung wie im Modellatmosphärenprogramm das Schema von Feautrier (1964) Verwendung fand. Das benutzte Programm stammt von Dr.K.P.Simon und ist zusammen mit den verwendeten atomaren Daten in Simon (1979) dargestellt, so daß sich hier eine weitere Beschreibung erübrigt. Lediglich auf die Modellatome sei besonders hingewiesen.

Neutraler Wasserstoff und ionisiertes Helium entsprechen mit 5 bzw. 10 non - LTE - Zuständen und 11 bzw. 21 impliziten LTE - Zuständen den Modellatomen der Atmosphärenrechnungen. Zusätzlich werden aber alle Strahlungsübergänge zwischen den non - LTE - Zuständen in die Ratengleichungen aufgenommen. Im He^0 werden Singlett - und Triplettssystem getrennt - d.h. unter Vernachlässigung der Interkombinationsübergänge - gerechnet, für die Hauptquantenzahlen $n = 2, 3$ und 4 finden die verschiedenen Drehimpulszustände individuell Berücksichtigung, während für $n \geq 5$ diese Zustände zu hydrogenischen Niveaus zusammengefaßt werden. Die non - LTE - Behandlung erstreckt sich für beide Systeme bis zur Hauptquantenzahl $n = 9$.

Im Unterschied zu Simon (1979) wurde allerdings im Rahmen dieser Arbeit Helium als häufigstes Element zuerst berechnet (zunächst das einfach geladene Ion als wichtigere Opazitätsquelle, nachfolgend dann das neutrale Atom), anschließend

folgte die *line formation* – Rechnung für Wasserstoff.

Nachdem für alle Ionen die non – LTE – Besetzungszahlen zur Konvergenz gebracht worden sind, muß schließlich noch einmal die Strahlungstransportgleichung zur Bestimmung des von der Modellatmosphäre ausgesandten Strahlungsfeldes und damit der beobachtbaren Linienprofile gelöst werden. Dabei werden jetzt die Linienabsorptionsprofile unter Berücksichtigung der gesamten verfügbaren Verbreiterungstheorie – insbesondere für den linearen Starkeffekt in den hydrogenischen Ionen – bestimmt, im Gegensatz zu der vorangegangenen Lösung der Ratengleichungen, wo aus Gründen der Vereinfachung nur Verbreiterung durch thermischen Dopplereffekt angenommen wurde. (Daß diese Vereinfachung die Berechnung der Besetzungszahlen nur unwesentlich beeinflußt, wurde von Werner (1984) und A.Herrero (1985,mündliche Mitteilung) gezeigt.)

4.3. Voranalyse

4.3.1. Ziel und Methode der Voranalyse

Ziel der Voranalyse ist es, diejenigen Atmosphärenparameter zu bestimmen, für die die Modellrechnungen am besten die beobachteten Linienäquivalentbreiten reproduzieren. Die Äquivalentbreite W – ein in der Stellaranalyse sehr häufiger Begriff – ist definiert als das Integral über die auf das lokale Kontinuum bezogene Einsenkung der Linie :

$$W = \int \frac{F_c(\lambda) - F(\lambda)}{F_c(\lambda)} d\lambda \quad . \quad (4.18)$$

$F(\lambda)$ steht für den ausgesandten Fluß in der Linie, während $F_c(\lambda)$ der Kontinuumsfluß ist. Das Integral erstreckt sich über die gesamte Breite der betrachteten Linie.

Offensichtlich wird die Form der Linienprofile in der Voranalyse gar nicht betrachtet. In der Tat können völlig verschiedene Profile die gleichen Äquivalentbreiten liefern. Dieser Verlust an Information ist es daher auch, der den Ergebnissen dieser Analysenform einen nur vorläufigen Charakter gibt. Hinzu kommt, daß die Äquivalentbreiten der beobachteten Linienprofile infolge der Unsicherheit bei der Festlegung des Kontinuumsverlaufs $F_c(\lambda)$ nur mit einer gewissen Ungenauigkeit bestimmbar sind. Insbesondere gilt dies für die relativ flachen und weiten, durch den linearen Starkeffekt verbreiterten Linien von Wasserstoff und ionisiertem Helium.

Von Vorteil ist hingegen, daß für die Voranalyse keine Kenntnis der sekundären Verbreiterungsmechanismen (stellare Rotation, Spektrographenspalt) nötig ist. Diese können das beobachtbare Linienprofile unter Umständen stark verändern (z.B. bei Spektrogrammen geringer Auflösung), lassen aber die Äquivalentbreite konstant. Außerdem ist die Äquivalentbreitenanalyse sehr schnell durchführbar, wenn die notwendigen und nicht unbedeutenden, aber einmaligen Vorarbeiten getan sind.

Zu diesen Vorarbeiten gehört zunächst die Berechnung von Atmosphärenmodellen, Linienprofilen und –äquivalentbreiten für ein Gitter von Parameterwerten von Effektivtemperatur, Schwerebeschleunigung und chemischer Zusam-

mensetzung (siehe Abschnitt 4.3.2.). Für jede berechnete Linie t ist dadurch die dazugehörige Äquivalentbreite W_t als Funktion $W_t(T_{\text{eff}}, g, \epsilon_{\text{He}})$ der Atmosphärenparameter für eine Reihe von Stützstellen bekannt. Üblicherweise wird jetzt für konstante Werte der chemischen Zusammensetzung (hier ϵ_{He}) die Größe W_t in $\log T_{\text{eff}}$ und $\log g$ interpoliert. Aus dieser Interpolation werden die Kurven konstanter Äquivalentbreite in ein Diagramm $\log g$ über $\log T_{\text{eff}}$ (mit ϵ_{He} als Parameter) eingetragen (siehe Abschnitt 4.3.3.). Diese "Höhenlinien" werden im Institutsgebrauch als "Fitkurven" bezeichnet, das $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Diagramm enthält sie für eine ausreichend dichte Folge von Äquivalentbreiten.

Nachdem diese Vorarbeiten geleistet worden sind, müssen lediglich in ein weiteres $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Diagramm für alle möglichen Absorptionslinien die den beobachteten Äquivalentbreiten entsprechenden Fitkurven übertragen werden (Abschnitt 4.3.4.). Im Idealfall schneiden sich die Fitkurven aller Linien in einem Punkt, dessen Koordinaten die gesuchten Atmosphärenparameter T_{eff} und $\log g$ ergeben. Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der beobachteten Äquivalentbreiten und Inkonsistenzen in den Modellrechnungen sorgen natürlich dafür, daß dieser Idealfall nicht eintritt, sondern daß sich stattdessen die Fitkurven in einem mehr oder weniger begrenzten Gebiet der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Ebene nahekomen und/oder kreuzen. Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung werden dann aus einem (gewichteten) "Schwerpunkt" dieses Gebietes bestimmt. Zudem hängen die Fitkurven auch von dem Parameter der chemischen Zusammensetzung ab, es wird daher im allgemeinen notwendig sein, das beschriebene Diagramm für mehrere Werte dieses Parameters aufzustellen und als seinen optimalen Wert denjenigen zu bezeichnen, für den das Kreuzungsgebiet in der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Ebene am kompaktesten ist.

4.3.2. Das Modellgitter

Grundlage der Voranalyse ist die Berechnung von Modellatmosphären und ihrer ausgestrahlten Flußverteilungen einschließlich der Linienäquivalentbreiten für eine Vielzahl von Parametern, um einen Überblick über die Abhängigkeit der Beobachtungsgrößen von Temperatur und Dichte (also Oberflächenschwerebeschleunigung) zu gewinnen. Das für diese Untersuchung erstellte Modellgitter umfaßt Effektivtemperaturen von 30 000 K bis 140 000 K und $(\log g)$ - Werte von von 3.5 bis 7, beschränkt sich allerdings auf nur eine einzige Heliumhäufigkeit von $\epsilon_{\text{He}} = .99$. Wie Testrechnungen ergaben, haben höhere Heliumhäufigkeiten keinen Einfluß mehr auf Modellschichtung und Heliumlinienprofile (ausgenommen bei sehr niedrigen Temperaturen von etwa 30 000 K), während bezüglich höherer Anteile an Wasserstoff bei der Feinanalyse (siehe Abschnitt 4.4.4.) gezielte Untersuchungen vorgenommen werden.

Die Parameterpaare ($T_{\text{eff}}, \log g$) aller berechneten Modelle sind aus der Abbildung (4.6) ersichtlich. Deutlich ist in dieser Darstellung der in Abschnitt 4.2.4. diskutierte Instabilitätsstreifen bei 40 000 - 55 000 K erkennbar, in dem non-LTE-Modelle gar nicht oder nur unter großen Schwierigkeiten berechnet werden können. Diese Lücke wurde teilweise durch non-LTE *line formation*-Rechnungen auf der Grundlage von LTE-Modellstrukturen überbrückt, ein Verfahren, das - wie Giddings (1980) zeigte - gute HeII-Linienprofile liefert, in den HeI-Linien allerdings Abweichungen von bis zu fünf Prozent im Fluß verglichen mit non-LTE-Modellen aufweist. Da die für das Modellgitter berechneten Atmosphärenstrukturen aber ohnehin lediglich der Voranalyse dienen, wird dieser Unterschied als unerheblich angesehen.

Als schattierter Streifen ist in Abbildung (4.6) - und allen nachfolgenden Darstellungen der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Ebene - die Stabilitätsgrenze eingetragen, die durch Gleichgewicht von Strahlungs- und Gravitationsdruck gegeben ist. Bei höheren Temperaturen oder geringeren Oberflächenschwerebeschleunigungen überwiegt der Strahlungsdruck, und die Photosphärenschicht ist nicht mehr stabil. Die Stabilitätsgrenze wird gemeinhin als "Eddingtonlimit" bezeichnet.

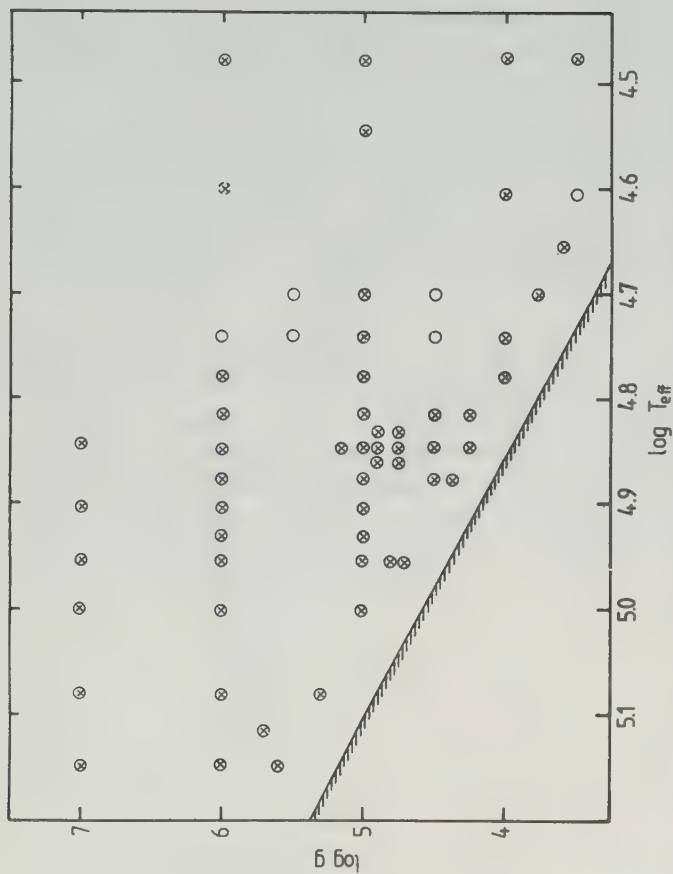


Abbildung 4.6 : Das Modellgitter für $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$. Ein voller Kreis kennzeichnet ein (5510) - Modell (siehe Text), ein gestrichelter Kreis ein LTE - Modell. Ein Kreuz markiert Modelle, für die line, formation - Rechnungen für H und He vorliegen. Die schraffierte Linie deutet das Eddington - Limit an.

4.3.3. Die Konstruktion der Fitkurven

Nachdem durch die Konstruktion des Modellgitters die Äquivalentbreiten für eine Anzahl von $(\log T_{\text{eff}} \log g)$ -Werten und konstantem $\epsilon_{\text{He}} = .99$ bekannt sind, besteht nun die Aufgabe, zwischen diesen Stützstellen zu interpolieren. Dies geschieht am einfachsten auf graphischem Wege und zwar für jede Variable unabhängig; die andere Variable wird damit zum Kurvenparameter. Beispiele für diese Interpolationen sind in den Abbildungen (4.7 a,b) dargestellt.

Aus diesen Interpolationskurven lassen sich nun für beliebige Werte der Äquivalentbreite diejenigen Kombinationen von Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung ablesen, für die eine Modellatmosphäre diesen Äquivalentbreitenwert (annähernd) produzieren würde. Sie werden in ein $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Diagramm eingetragen und miteinander verbunden.

Diese Prozedur wurde für die Linien HeII $\lambda 4200\text{\AA}$, HI/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$, HeI $\lambda 4471\text{\AA}$, HeII $\lambda 4542\text{\AA}$, HeII $\lambda 4686\text{\AA}$ und HI/HeII $\lambda 4861\text{\AA}$ vorgenommen. Die letztgenannte Linie wurde in Hinblick auf künftige Analysen mitbehandelt, obwohl die meisten der für die Arbeit benutzten Spektrogramme diesen Übergang nicht zeigen. HI/HeII $\lambda 4101\text{\AA}$ erschien zu schwach eingesenkt, um ausreichend genau vermessen zu werden, und wurde deshalb nicht behandelt. Die sich ergebenden Fitkurvendiagramme sind in den Abbildungen (4.8 a - f) dargestellt.

4.3.4. Ergebnisse der Voranalyse

Die in Tabelle (4.2) aufgelisteten, gemessenen Äquivalentbreiten der Linien HeII $\lambda 4200\text{\AA}$, HI/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$, HeI $\lambda 4471\text{\AA}$, HeII $\lambda 4542\text{\AA}$ und HeII $\lambda 4686\text{\AA}$ der Sterne LSE 153, LSE 263 und LSE 259 und die im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen theoretischen Fitkurvendiagramme werden nun benutzt, um die in den Abbildungen (4.9 a - c) dargestellten empirischen Fitkurvendiagramme zu konstruieren, in denen die Kurven übereinstimmender beobachteter und berechneter Äquivalentbreite eingetragen sind.

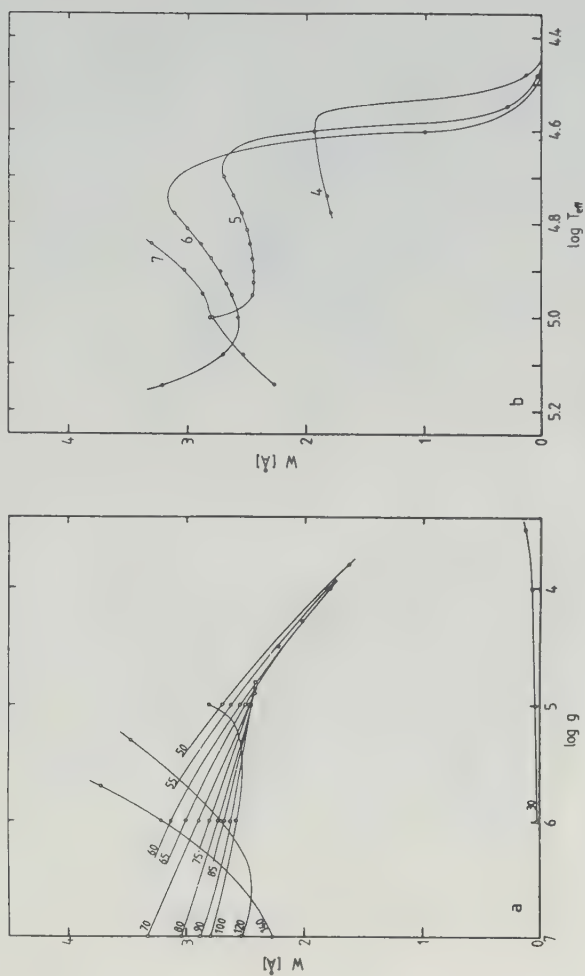


Abbildung 4.7 : Abhängigkeit der Äquivalentbreite $W(\text{HeII } \lambda 4686\text{\AA})$ von T_{eff} und $\log g$. a: W als Funktion von $\log g$. Der Kurvenparameter ist T_{eff} in 10^3 K. b: W als Funktion von $\log T_{\text{eff}}$. Der Kurvenparameter ist $\log g$.

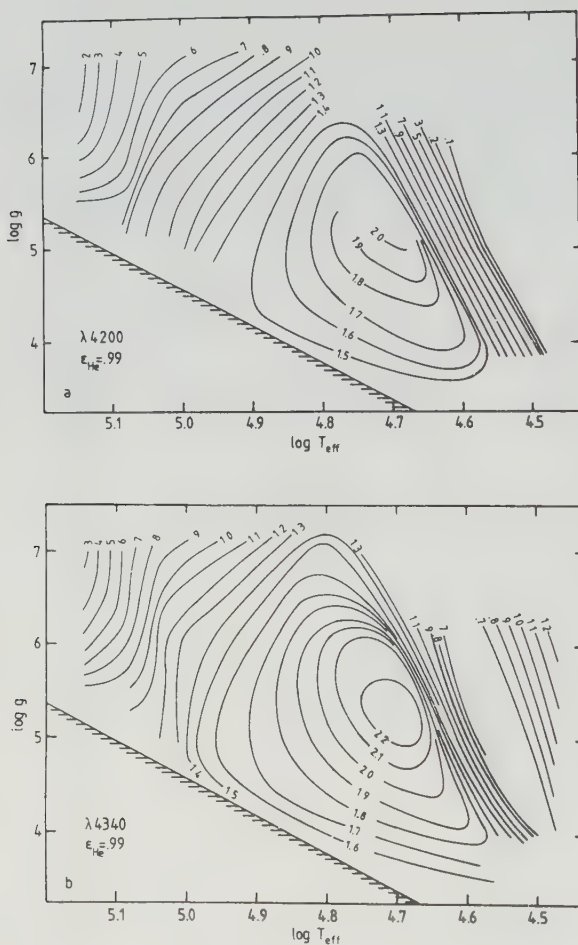
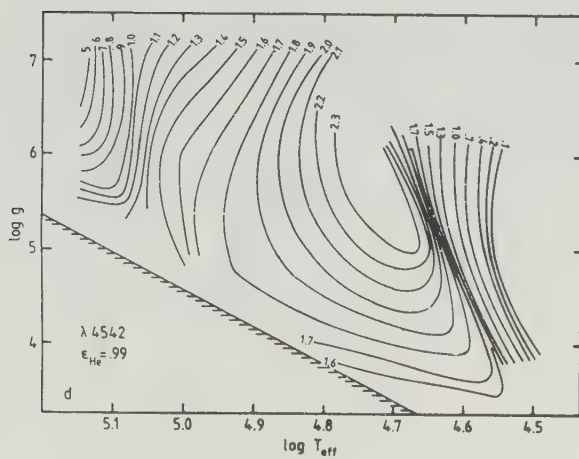
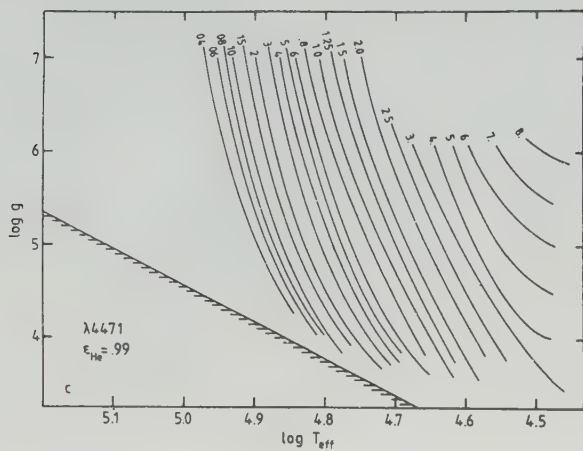


Abbildung 4.8 : Kurven konstanter Äquivalentbreite in der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Ebene (Fitkurven). Der Kurvenparameter ist die Äquivalentbreite in Angström. Die Heliumhäufigkeit ist konstant $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$. Die schraffierte Linie deutet das Eddington-Limit an. a: HeII $\lambda 4200\text{\AA}$ b: H I/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$ c: HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ d: HeII $\lambda 4542\text{\AA}$ e: HeII $\lambda 4686\text{\AA}$ f: H I/HeII $\lambda 4861\text{\AA}$



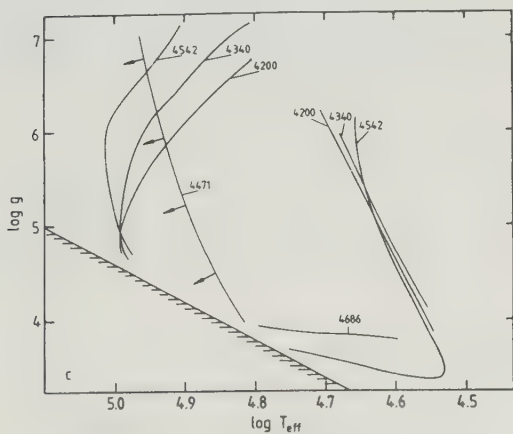
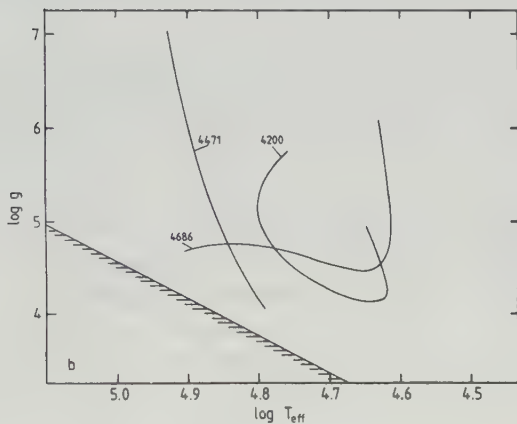
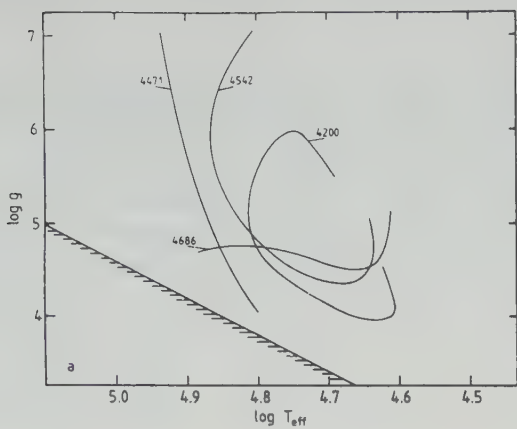


Abbildung 4.9: Fitkurvendigramme für drei Untersuchungsobjekte. Die schraffierte Linie deutet das Eddington - Limit an. a: LSE 153. b: LSE 263. c: LSE 259.

Tabelle (4.2) : Gemessene Äquivalentbreiten der Wasserstoff- und Heliumlinien in den CASPEC - Spektrogrammen von LSE 153, LSE 263 und LSE 259. (Angaben in Å)

Linie		Äquivalentbreite		
		LSE 153	LSE 263	LSE 259
HeII	$\lambda 4686\text{\AA}$	2.35	2.34	1.65
HeII	$\lambda 4542\text{\AA}$	1.99	2.94	1.57
HeI	$\lambda 4471\text{\AA}$	0.09	0.12	≤ 0.05
HII/HeII	$\lambda 4340\text{\AA}$	-	-	1.42
HeII	$\lambda 4200\text{\AA}$	1.71	1.75	1.23

Für den Stern LSE 153 ergeben sich aus dem Diagramm (4.9 a) folgende Parameter : $T_{\text{eff}} = 67\,500\text{ K}$, $\log g = 4.75$. Sie werden vornehmlich durch die Linien HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ und HeII $\lambda 4686\text{\AA}$ festgelegt, während die Fitkurven für HeII $\lambda\lambda 4200, 4542\text{\AA}$ auf geringfügig niedrigere Temperaturen hinweisen. Die letztgenannten Linien gingen aber mit vermindertem Gewicht in die Bestimmung ein, da erstens ihre Äquivalentbreiten möglicherweise durch Linienblends - vornehmlich von N III - verfälscht werden (tatsächlich sind die beobachteten W - Werte auch zu groß im Vergleich mit den für $T_{\text{eff}} = 67500\text{ K}$, $\log g = 4.75$ zu erwartenden). Zweitens hängen in dem fraglichen Parametergebiet diese Äquivalentbreiten nicht sehr stark von T_{eff} und $\log g$ ab : eine nur zehnpromzentige Änderung der Meßwerte für $W(\lambda 4200\text{\AA})$ und $W(\lambda 4542\text{\AA})$ würde alle Fitkurven durch denselben Punkt führen.

Für die Fitkurven des Sternes LSE 263 gilt das gleiche wie für LSE 153. Die abgeleiteten Parameter sind $T_{\text{eff}} = 67\,500\text{ K}$ und $\log g = 4.9$.

Im Spektrogramm von LSE 259 tritt die Linie HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ nicht auf, daher konnte in diesem Fall in das entsprechende Diagramm lediglich die von dem Signal - zu - Rauschverhältnis bestimmte Obergrenze von $50\text{ m\AA}$ Äquivalentbreite eingetragen werden. Die an dieser Kurve angebrachten Pfeile kennzeichnen das mit der Beobachtung verträgliche Gebiet.

Das Fitdiagramm für LSE 259 scheint auf den ersten Blick zu keinem befriedigenden Ergebnis zu führen : für die Linien HeII $\lambda\lambda 4200, 4542\text{\AA}$ und HII/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$ existiert ein gut definierter Schnittpunkt ungefähr bei

$\log T_{\text{eff}} = 5$, $\log g = 5$, während die Linie HeII $\lambda 4686\text{\AA}$ eine wesentlich geringere Temperatur und auch eine reduzierte Schwerebeschleunigung fordert. Es ist aber zu vermuten, daß sich die Fitkurven aller genannten Linien in der in Abbildung (4.9 c) schon angedeuteten Weise parallel zum Eddingtonlimit fortsetzen und sich dabei nähern. Der Grund dafür, daß dieses vorerst eine Vermutung bleiben muß – und auch dafür, daß die betreffenden Fitkurven nicht weiter ausgezogen sind –, ist der Mangel an einer ausreichenden Anzahl von Atmosphärenmodellen sehr dicht am Eddingtonlimit. Eine Extrapolation des existierenden Modellgitters in dieses Gebiet liefert keine vertrauenswürdigen Vorhersagen, da die Atmosphärenstrukturen und Strahlungsfelder bei Annäherung an die Stabilitätsgrenze stark variieren können (Husfeld *et al.*, 1984).

So wurde (aus den gleichen Gründen wie oben) vorerst der Fitkurve für HeII $\lambda 4686\text{\AA}$ – soweit bekannt – das größere Gewicht beigemessen und als Ergebnis der Voranalyse die Werte $T_{\text{eff}} = 65\,000\text{ K}$ und $\log g = 4$ angenommen. Dieses Resultat ist allerdings mit wesentlich größeren Unsicherheiten behaftet – durch das Fehlen der HeI-Linie und der Nähe zum Eddingtonlimit – als im Falle von LSE 153 und LSE 263. Mit einer beträchtlicher Verschiebung des Parameterlokus entlang des Eddingtonlimits zu höheren Temperaturen im Laufe der Feinanalyse mußte gerechnet werden.

Für den Stern NGC 246 wurde keine Voranalyse in dem hier geschilderten Sinne durchgeführt, da seine beobachteten Linienprofile zu breit und zu schwach eingesenkt waren, als daß Messungen der Äquivalentbreiten ausreichend genaue Ergebnisse geliefert hätten. Die Analyse dieses Objektes begann daher gleich mit dem Vergleich der Linienprofile und ist im Abschnitt 4.4. beschrieben.

4.4. Feinanalyse

4.4.1. Methode der Feinanalyse

Ziel der Voranalyse war es, die Atmosphärenparameter so zu bestimmen, daß die von einem Modell vorhergesagten Äquivalentbreiten mit den tatsächlich beobachteten übereinstimmen. Leider liefert dieses Kriterium im vorliegenden Fall keine besonders verlässlichen Ergebnisse. Die Gründe dafür sind erstens die geringe Zahl an Linien, auf die sich die Analyse stützen kann (schlechte Statistik), zweitens die Tatsache, daß dieses zum überwiegenden Teil die durch den linearen Starkeffekt verbreiterten HI- und HeII-Linien sind, deren in den Spektrogrammen gemessene Äquivalentbreiten wegen der weiten Flügel stark von der – unsicheren – Platzierung des Kontinuums abhängen. Zum dritten können die Meßwerte für W auch durch unentdeckte Blends mit Metalllinien verfälscht sein, und schließlich besteht die Möglichkeit, daß alle Linien im wesentlichen die gleichen Fitkurven liefern, so daß ein Schnittpunkt nicht existiert und somit ein Resultat entweder nicht gefunden werden kann oder aber nicht eindeutig ist. Letzteres trifft in der vorliegenden Analyse auf den Stern LSE 259 zu (siehe Abschnitt 4.3.4.).

Die Ergebnisse der Voranalyse bedürfen deshalb der Überprüfung und gegebenenfalls der Verbesserung. Dazu bietet sich die in den Profilen der Linien enthaltene, bislang ungenutzte Information an. Ziel der Feinanalyse ist es also, beobachtete und theoretische Linienprofile in Übereinstimmung zu bringen.

Um aus einer festgestellten Diskrepanz zwischen diesen Profilen ableiten zu können, durch welche Korrekturen an den Atmosphärenparametern das Modell zu verbessern wäre, muß die Abhängigkeit der Profile von den Parametern wenigstens näherungsweise bekannt sein. Natürlich ist diese Abhängigkeit eine Funktion der Position in der $(\log T_{\text{eff}} - (\log g) - \text{Ebene})$ (und der Heliumhäufigkeit), aber sicherlich vermag eine Untersuchung in einem begrenzten Parameterbereich eine ausreichende Vorstellung von den hauptsächlichen Einflüssen der verschiedenen Parameter zu vermitteln.

Die Ergebnisse einer solchen Untersuchung sind in den Abbildungen (4.10 a–j) anschaulich gemacht worden. Sie vergleichen die theoretischen Linienprofile bei variierender Effektivtemperatur und konstanter Schwerebeschleunigung bzw. festem T_{eff} und wechselndem $\log g$. Die Heliumhäufigkeit ist konstant $\epsilon_{\text{He}} = .99$.

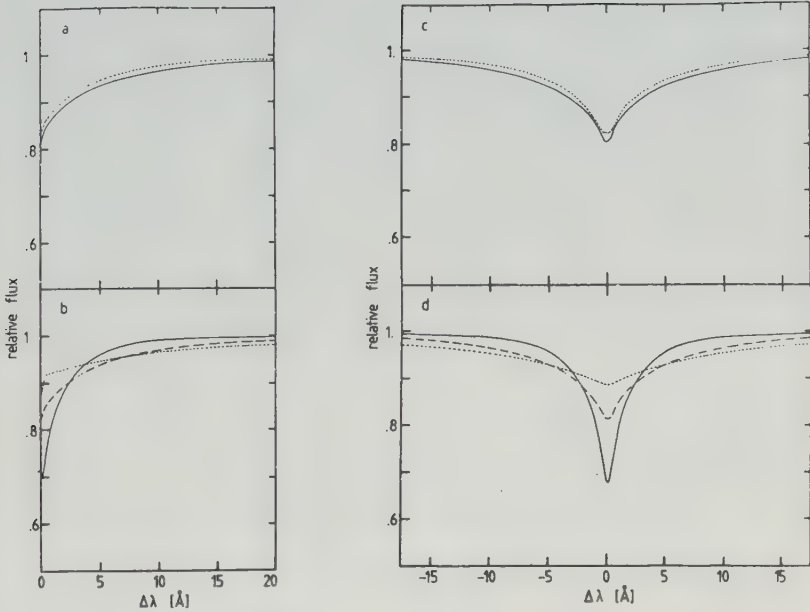


Abbildung 4.10 : Abhängigkeit der theoretischen H/He-Linienprofile von T_{eff} und $\log g$. a: Profile von HeII $\lambda 4200\text{\AA}$ bei $T_{\text{eff}} = 50\,000\text{ K}$ (durchgezogene Kurve) und $70\,000\text{ K}$ (gepunktete Kurve). Die Schwerebeschleunigung ist $\log g = 5$. b: Profile von HeII $\lambda 4200\text{\AA}$ bei $\log g = 4$ (durchgezogene Kurve), 5 (gestrichelte Kurve) und 6 (gepunktete Kurve). Die Effektivtemperatur ist $T_{\text{eff}} = 60\,000\text{ K}$.

Abbildung 4.10 c: wie a, aber für H I/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$. d: wie b, aber für H I/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$.

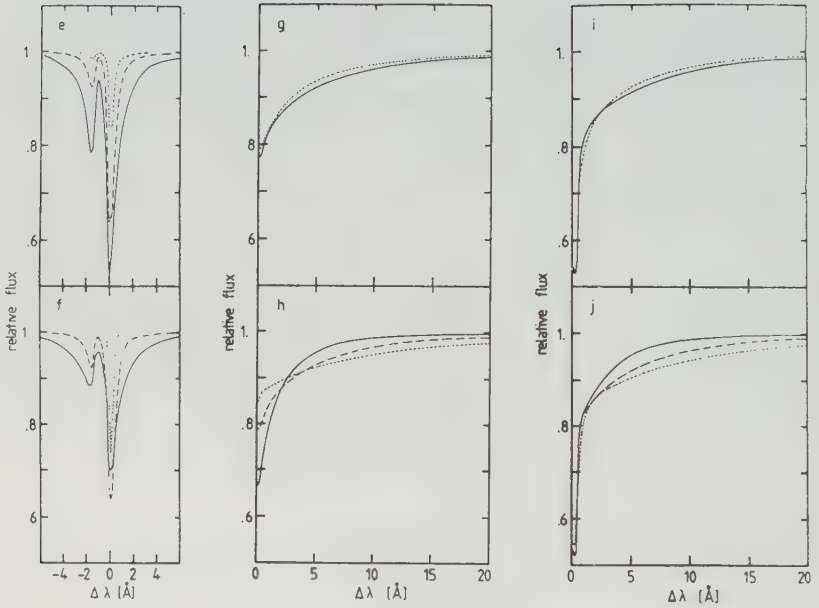


Abbildung 4.10 e: Profile von He I $\lambda 4471\text{ \AA}$ für $T_{\text{eff}} = 50\,000\text{ K}$ (durchgezogene Kurve), $60\,000\text{ K}$ (gestrichelte Kurve) und $70\,000\text{ K}$ (gepunktete Kurve). Die Schwerebeschleunigung ist $\log g = 5$. **f:** wie b, aber für He I $\lambda 4471\text{ \AA}$.

Abbildung 4.10 g: wie a, aber für He II $\lambda 4542\text{ \AA}$. **h:** wie b, aber für He II $\lambda 4542\text{ \AA}$.

Abbildung 4.10 i: wie a, aber für He II $\lambda 4686\text{ \AA}$. **j:** wie b, aber für He II $\lambda 4686\text{ \AA}$.

ihr Einfluß wird später – in Abschnitt 4.4.4. – studiert.

Es zeigt sich, daß die Profile der HeII – Linien viel Information über die Schwerebeschleunigung enthalten, während ihre Abhängigkeit von T_{eff} nicht sehr ausgeprägt ist. Die deutliche Abhängigkeit von $\log g$ ist durch die Wirksamkeit des linearen Starkeffektes für die Verbreiterung der Linienopazitäten zu erklären. Die geringe Empfindlichkeit gegenüber Temperaturänderungen rührt daher, daß die Linien vor einer Hintergrundopazität entstehen, die ebenfalls im wesentlichen durch He^+ bestimmt ist. Während die Absorptionslinien von den unteren Zuständen $n=3$ bzw. $n=4$ ausgehen, wird das Kontinuum durch Photoionisation vom Zustand mit der Hauptquantenzahl fünf dominiert. Bei den hier herrschenden Temperaturen nähert sich das Besetzungszahlenverhältnis dieser Zustände dem Verhältnis ihrer statistischen Gewichte und reagiert demzufolge nur noch schwach auf Temperaturänderungen.

Dafür stellt sich – nicht sehr überraschend – die Linie $\lambda 4471\text{\AA}$ des nur noch in Spuren vorkommenden neutralen Heliums als sehr guter Temperaturindikator dar. Da das Heliumionisationsgleichgewicht auch von der Elektronendichte abhängig ist, reagiert die HeI – Linie zudem auf $\log g$.

Mit dem Wissen um diese Abhängigkeiten versucht man schließlich, durch einige gezielte Änderungen an den Atmosphärenparametern – ausgehend vom Ergebnis der Voranalyse – das Modell zu finden, das die beobachteten Linienprofile möglichst gut wiedergibt. Sofern überhaupt eine gute Übereinstimmung möglich ist (d.h. wenn die Modellannahmen dem studierten Objekt angemessen sind), wird sich das finale Modell meist durch wenige (2 – 4) Probekorrekturen der Parameter finden lassen.

4.4.2. Bestimmung der stellaren Rotationsgeschwindigkeiten

Um im Rahmen der Feinanalyse die beobachteten und die theoretischen Linienprofile zuverlässig miteinander vergleichen zu können, müssen die berechneten Profile den gleichen sekundären Verbreiterungsmechanismen unterworfen werden wie das Licht des Sternes : Verbreiterung durch stellare Rotation und durch das Beobachtungsinstrument. Während der Einfluß des letzteren bereits für IUE – und CASPEC – Spektrogramme in Kapitel 3 bestimmt wurde, muß die scheinbare Rotationsgeschwindigkeit v_{rot} noch aus den Spektren ermittelt werden. Dazu benutzt man im allgemeinen die schwachen Linien der Metalle, die wegen des Fehlens des linearen Starkeffektes und der geringen thermischen Geschwindigkeiten der schweren Ionen sehr schmale intrinsische Linienbreiten haben. Die beobachteten Linienprofile sind daher meist im wesentlichen durch die oben genannten sekundären Mechanismen verbreitert.

In der vorliegenden Analyse gingen in die Bestimmung von v_{rot} hauptsächlich die Linien von C III (soweit vorhanden), N III, N IV und N V ein, die in den CASPEC – Spektrogrammen sichtbar waren. Diese Linien waren für LSE 263 und LSE 259 so breit, daß die zusätzliche Verbreiterung durch den Spektrographen bei der Ermittlung von v_{rot} außer acht gelassen werden konnte. Die Rotationsgeschwindigkeit wurde daher aus der Linienbreite $\Delta\lambda$, gemessen dicht am Kontinuum, und dem Zusammenhang

$$\Delta\lambda = 2\lambda_0 v_{\text{rot}}/c \quad (4.19)$$

ermittelt, wobei λ_0 die Linienwellenlänge und c die Lichtgeschwindigkeit ist. Der Faktor 2 ergibt sich aus der Tatsache, daß die beiden Extremgeschwindigkeiten $+v_{\text{rot}}$ und $-v_{\text{rot}}$ sind (an einander gegenüberliegenden Seiten des rotierenden Sterns).

Bei LSE 153 sind die Metalllinien so schmal, daß das Apparateprofil mit in Rechnung gestellt werden muß. Dazu wurde die Annahme gemacht, daß sich aufgrund der geringen Verbreiterung die Effekte der beiden Mechanismen additiv überlagern. Die aus dem Spektrogramm gemessenen Linienbreiten wurden deshalb um die Breite des Apparateprofils ($0.3\text{\AA}$) reduziert und aus dem korrigierten Wert v_{rot} nach obiger Gleichung bestimmt.

Für LSE 153 und LSE 259 ergaben alle untersuchten Metalllinien (auch die C III – Emissionslinien von LSE 153) jeweils konsistente Werte von v_{rot} (Ergebnisse siehe Tabelle (4.3). Nicht so bei LSE 263 : die Extremwerte sind etwa 25 km/sec (z.B. bei den N V(1) – Linien) und knapp 50 km/sec (bei dem N IV(6) – Multiplett). Der Grund dafür liegt möglicherweise im vergleichsweise starken Rauschen des Spektrogramms. Es wurde daher ein Mittelwert von 40 km/sec angenommen. (Vergl. auch Abschnitt 4.2.3.)

Heap (1975) gab für NGC 246 bereits eine projizierte Rotationsgeschwindigkeit von 160 – 200 km/sec an, die aus einer C IV – , einer O VI – und einer unidentifizierten Linie abgeleitet wurde. Genauere Betrachtung des Kohlenstoff-übergangs zeigt aber, daß mehrere, etwa gleich starke Komponenten vorhanden sind, die um 1.15 Å, entsprechend 78 km/sec, voneinander getrennt sind. Diese Komponenten werden weder in ihren noch in den hier verfügbaren Spektrogrammen aufgelöst. Da ähnliches für die beiden anderen Linien keinesfalls ausgeschlossen werden kann (auch O VI zeigt ein Dublettsystem), sind diese Werte von v_{rot} als unsicher und vermutlich zu hoch zu bezeichnen. Aus dem optischen Spektrum kann aber kaum ein verlässlicherer Wert abgeleitet werden, da es an geeigneten Linien mangelt (siehe Abbildung (3.2)). Dagegen zeigt das IUE – Spektrum eine Vielzahl von anscheinend photosphärischen Linien, aus denen recht einheitliche Werte für die Rotationsgeschwindigkeit bestimmt werden konnten, auch wenn ebenfalls Beiträge zur Linienverbreiterung durch mehrere Komponenten zu berücksichtigen waren.

Tabelle (4.3) : Die projizierten Rotationsgeschwindigkeiten

Objekt	v_{rot}
LSE 153	20 km/sec
LSE 263	40 – " –
LSE 259	60 – " –
NGC 246	100 – " –

Im Folgenden wird als "theoretisches Linienprofil" immer die aus den *line formation* – Rechnungen stammende Flußverteilung gefaltet mit den Verbreiterungsfunktionen für Rotation and Spektrographeneinfluß verstanden. Die Verbrei-

terungsfunktion des Spektrographen ist zwar im Grunde unbekannt, ihre genaue Form ist aber unerheblich, wie Vergleiche zwischen der Annahme einer Gaußfunktion und einer Kastenfunktion zeigten.

4.4.3. Endgültige Bestimmung von T_{eff} und $\log g$

4.4.3.1. LSE 153 : Das mit den in der Voranalyse ermittelten Parametern $T_{\text{eff}} = 67\,500\text{ K}$, $\log g = 4.75$, $\epsilon_{\text{He}} = .99$ berechnete Atmosphärenmodell liefert bereits sehr befriedigende Profile für die HeII-Linien, während die theoretische HeI-Linie mit 15 % Einsenkung zu stark verglichen mit dem beobachteten Wert von 10 % ist. Es ist daher eine geringe Temperaturerhöhung notwendig. Das Modell mit $(T_{\text{eff}}, \log g, \epsilon_{\text{He}}) = (70000, 4.75, .99)$ ergibt eine HeI $\lambda 4471\text{Å}$ -Linie, die in bester Übereinstimmung mit der Beobachtung steht, und auch die HeII-Linien passen sich nach wie vor gut an die Meßwerte an. Die Abbildungen (4.11 a,b) vergleichen die theoretischen Profile mit den Beobachtungswerten.

Zur Abschätzung der verbleibenden Unsicherheiten werden nun die Parameter T_{eff} und $\log g$ leicht variiert. Abbildung (4.12) vergleicht für vier benachbarte Modelle die theoretischen HeI $\lambda 4471\text{Å}$ -Profile mit der Beobachtung. Die Modelle $(67500, 4.75, .99)$ und $(70000, 4.9, .99)$ können wegen der vorhergesagten zu starken Linienstärke sicher ausgeschlossen werden. Für die beiden anderen Modellschichtungen ist das Optimum der Übereinstimmung bereits überschritten, die theoretischen Profile sind zu schwach, allerdings sind hier die Abweichungen geringer. Deshalb wurde noch ein weiteres Modell mit den Parametern $(72500, 4.9, .99)$ berechnet. Hier stimmen Theorie und Beobachtung für HeI $\lambda 4471\text{Å}$ wieder überein, so daß andere Linienprofile untersucht werden müssen, um diese Parameter eventuell auszuschließen. In der Tat zeigt Abbildung (4.13), daß nunmehr die vorhergesagten Linienprofile von HII/HeII $\lambda\lambda 4101, 4340\text{Å}$ und HeII $\lambda\lambda 4200, 4542\text{Å}$ zu schwach werden, wobei aber eingeräumt werden muß, daß auch das finale Modell keine sehr gute Übereinstimmung der HeII $\lambda 4542\text{Å}$ -Linie zeigt (vergl. Abb.(4.11)).

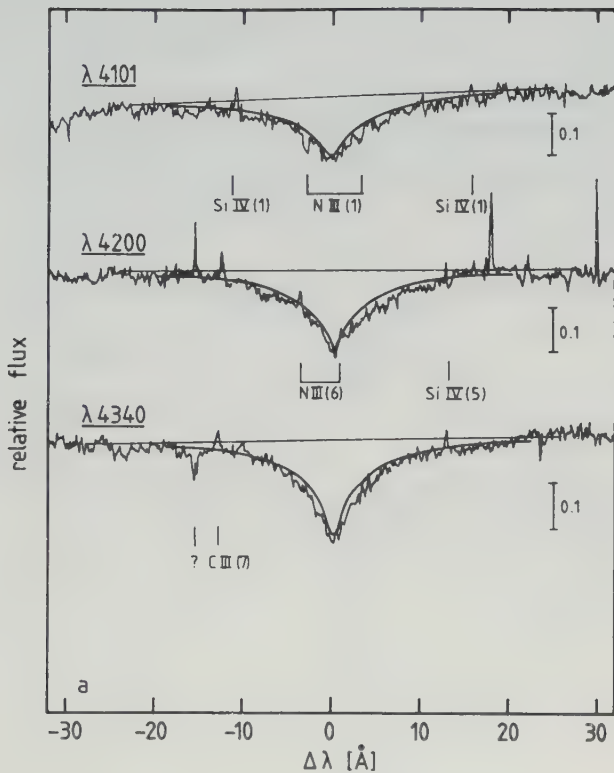
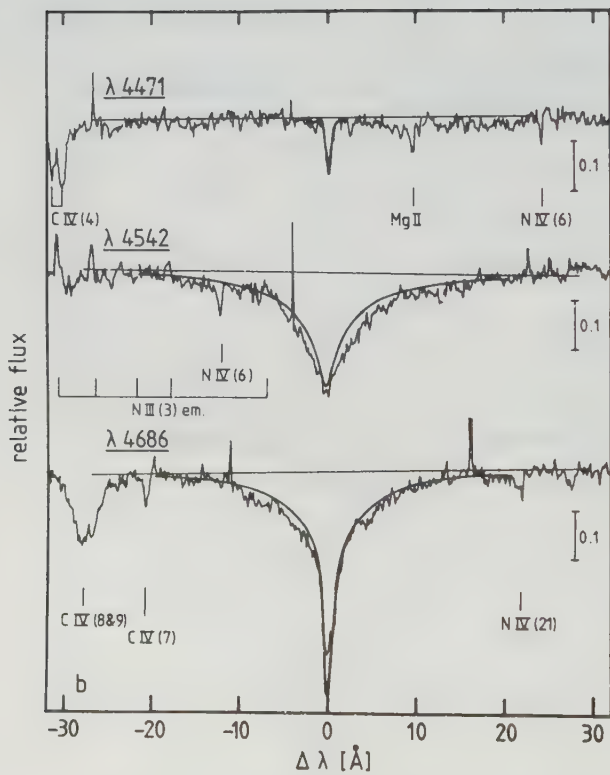


Abbildung 4.11 : Vergleich der beobachteten H/He-Linienprofile von LSE 153 mit dem finalen Modell. Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an. **a:** H I/HeII $\lambda 4101\text{\AA}$, HeII $\lambda 4200\text{\AA}$, H I/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$. **b:** HeI $\lambda 4471\text{\AA}$, HeII $\lambda 4542\text{\AA}$, HeII $\lambda 4686\text{\AA}$.



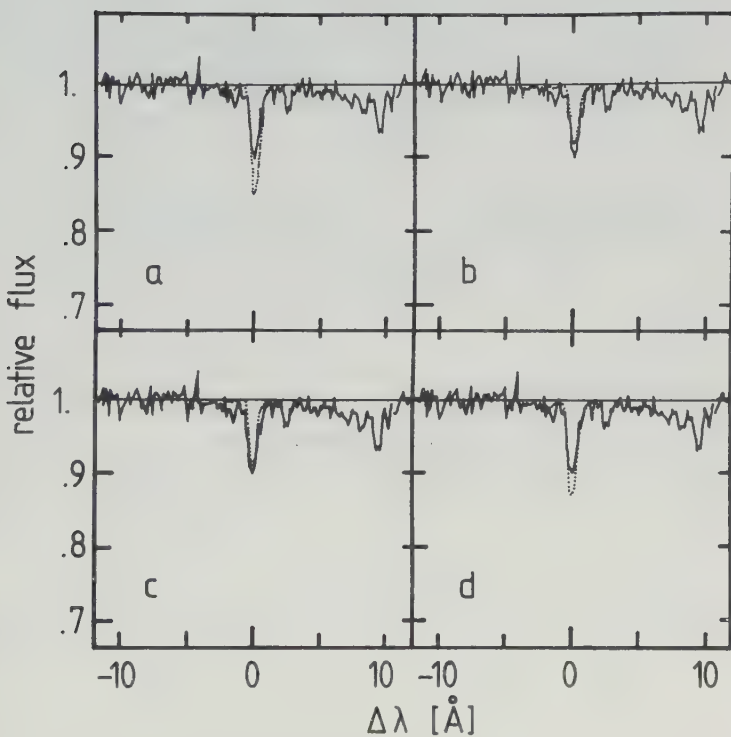


Abbildung 4.12 : Vergleich der beobachteten HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ -Linie von LSE 153 mit verschiedenen Modellen. **a:** $(T_{\text{eff}}, \log g, \epsilon_{\text{He}}) = (67500, 4.75, 0.99)$. **b:** $(72500, 4.75, 0.99)$. **c:** $(70000, 4.5, 0.99)$. **d:** $(70000, 4.9, 0.99)$.

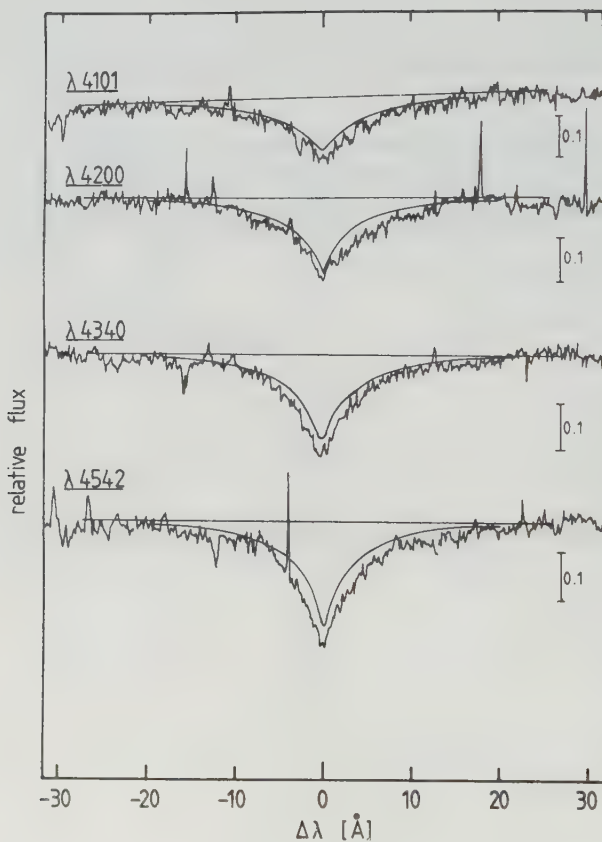


Abbildung 4.13 : Vergleich der beobachteten H/He-Linienprofile von LSE 153 mit dem Modell (72500,4.9,0.99). Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an.

Hinzuzufügen bleibt, daß alleinige Variation nur eines Parameters ($\Delta T_{\text{eff}} = \pm 2500 \text{ K}$ oder $\Delta \log g = \pm 0.15$) wie in Abbildung (4.12) für die Linien des ionisierten Heliums – plus Wasserstoffkomponente – keine signifikanten Änderungen der Profile bewirkt.

Daher schließen wir auf folgende Parameterwerte :

$$\begin{aligned} T_{\text{eff}} &= 70\,000 \pm 1\,500 \text{ K} \\ \log g &= 4.75 \pm 0.15 \text{ (g in cgs – Einheiten)} \end{aligned}$$

4.4.3.2. LSE 263 : Die Voranalyse ergab für dieses Objekt Parameterwerte von $T_{\text{eff}} = 67\,500 \text{ K}$ und $\log g = 4.9$ ($\epsilon_{\text{He}} = .99$ vorausgesetzt). Wie im Falle von LSE 153 passen die so errechneten Linienprofile des ionisierten Heliums recht gut zur Beobachtung, während HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ wiederum zu stark vorhergesagt wird : Der beobachteten Einsenkung von 9 % steht ein theoretischer Wert von 12 % gegenüber. Eine Erhöhung der Effektivtemperatur auf 70 000 K, bei festgehaltener Schwerebeschleunigung, brachte auch hier die HeI – Linie zur Übereinstimmung, während sich an den HeII – Profilen nichts änderte. Abbildung (4.14 a,b) vergleicht die theoretischen Profile des sich ergebenden Modells (70000,4.9,.99) mit dem Spektrogramm.

Die Bestimmung der Parameterunsicherheiten verläuft analog dem bei LSE 153 angewandten Verfahren. Abbildung (4.15) für HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ zeigt, daß Effektivtemperaturänderungen von mehr als 2500 K auszuschließen sind. (Man beachte, daß hier aufgrund des höheren Rauschpegels im Spektrum der Kontinuumsverlauf nicht so genau bestimmbar ist wie für LSE 153.) Auch eine Reduzierung der Schwerebeschleunigung auf $\log g = 4.5$ führt zu deutlichen Diskrepanzen. Erhöhung von $\log g$ auf 5.15 dagegen beeinflußt die Linie kaum, so daß zur Eingrenzung des für die Schwerebeschleunigung möglichen Bereiches die Abbildung (4.16) herangezogen werden muß. Das sich ergebende Bild ist für die beiden Linien HeII $\lambda 4542\text{\AA}$ und HI/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$ einheitlich : Das theoretische Profil ist im Zentrum etwas zu schwach eingesenkt.

Da für LSE 263 die anzunehmende projizierte Rotationsgeschwindigkeit etwas unsicher war (vergl. Abschnitt 4.4.2.), mußte schließlich noch geprüft werden, inwieweit die hauptsächlich auf der HeI – Linie basierende Effektivtemperaturbestimmung durch Annahme abweichender v_{rot} – Werte beeinflussbar ist. Dazu

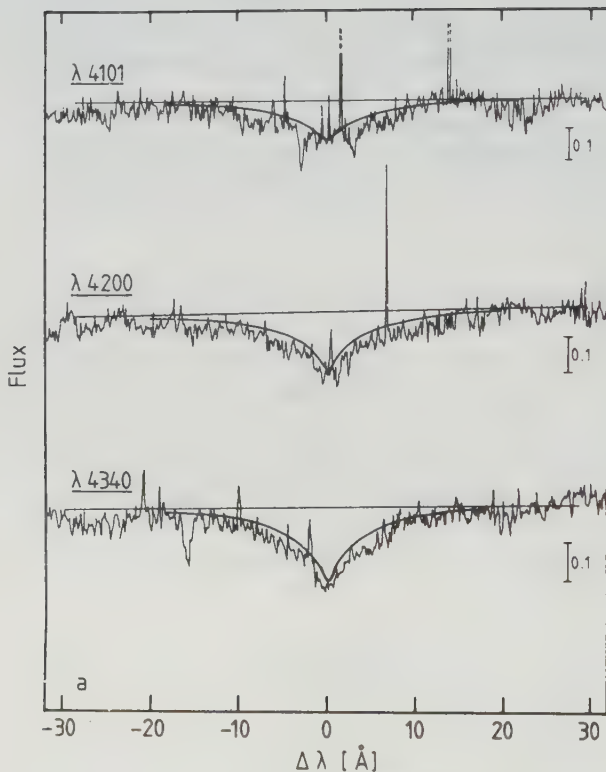
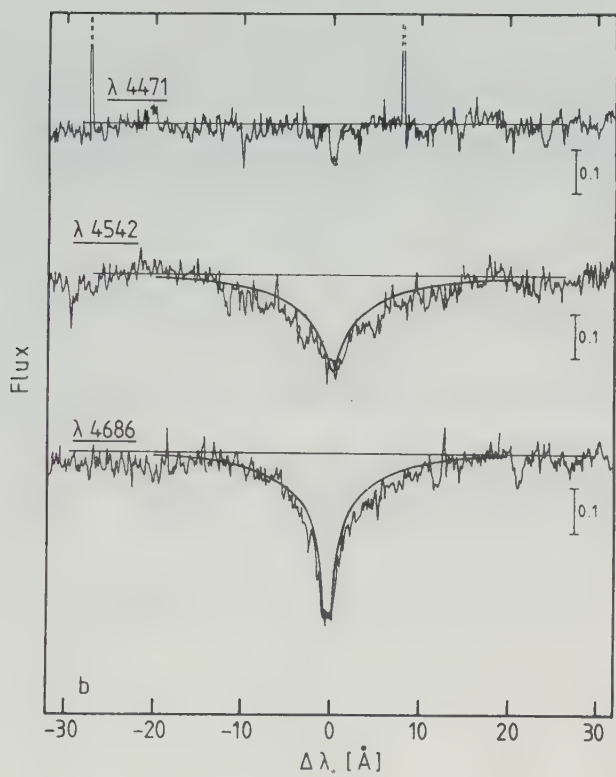


Abbildung 4.14 : Vergleich der beobachteten H/He-Linienprofile von LSE 263 mit dem finalen Modell. Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an. **a:** H I/HeII $\lambda 4101\text{\AA}$, HeII $\lambda 4200\text{\AA}$, H I/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$. **b:** HeI $\lambda 4471\text{\AA}$, HeII $\lambda 4542\text{\AA}$, HeII $\lambda 4686\text{\AA}$.



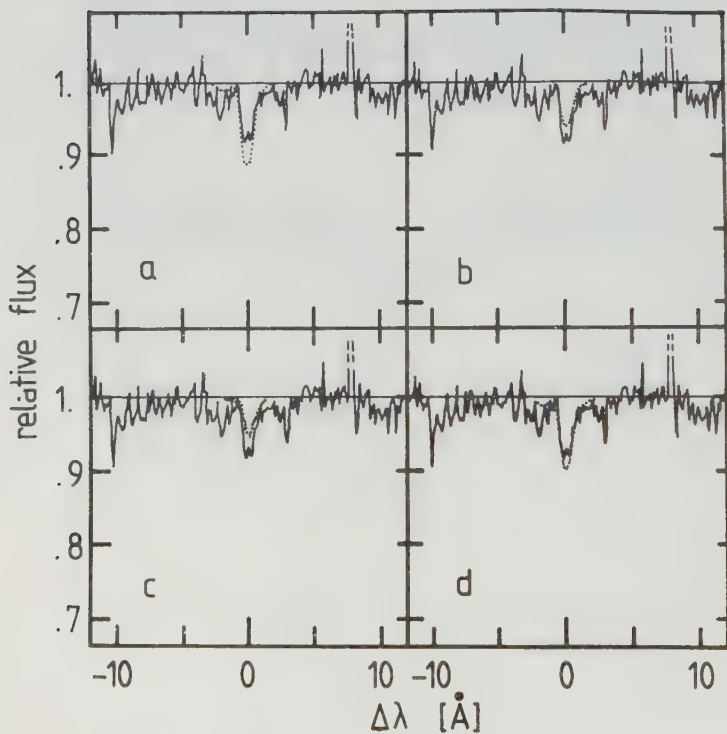


Abbildung 4.15: Vergleich der beobachteten He I $\lambda 4471\text{\AA}$ -Linie von LSE 263 mit verschiedenen Modellen. **a:** $(T_{\text{eff}}, \log g, \epsilon_{\text{He}}) = (67500, 4.9, 0.99)$. **b:** $(72500, 4.9, 0.99)$. **c:** $(70000, 4.5, 0.99)$. **d:** $(70000, 5.15, 0.99)$.

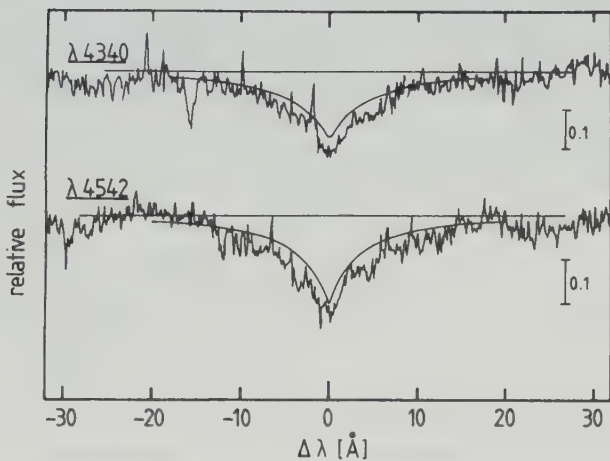


Abbildung 4.16 : Vergleich der beobachteten H I/HeII $\lambda 4340\text{\AA}$ - und HeII $\lambda 4542\text{\AA}$ -Linienprofile von LSE 263 mit dem Modell (70000,5.15,0.99). Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuums-höhe an.

wurden die intrinsischen HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ - Profile aller in Frage kommender Modelle zusätzlich mit Rotationsverbreiterungsfunktionen für $v_{\text{rot}} = 20$ und 60 km/sec gefaltet und anschließend mit der Beobachtung verglichen. Es zeigte sich, daß eine gute Übereinstimmung für die fragliche Linie mit diesen Rotationsgeschwindigkeiten nicht zu erzielen war, so daß auch dieses Experiment auf einen Wert von rund 40 km/sec hindeutet. Die Restunsicherheiten in v_{rot} führen dann zu kleineren Profiländerungen an der HeI - Linie als die Variationen von $\Delta T_{\text{eff}} = \pm 2500 \text{ K}$.

Als Ergebnis folgt somit :

$$\begin{array}{llll} T_{\text{eff}} & = & 70\,000 & \pm \, 2\,500 \text{ K} \\ \log g & = & 4.90 & \pm \, 0.25 \text{ (g in cgs - Einheiten)} \end{array}$$

4.4.3.3. LSE 259 : Aus der Voranalyse des Sternes LSE 259 (Abschnitt 4.3.4.) ließ sich kein eindeutiger Schätzwert für Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung gewinnen. Als Startpunkt der Feinanalyse wurde das Parameterpaar $T_{\text{eff}} = 65\,000 \text{ K}$, $\log g = 4$ gewählt. Unglücklicherweise läßt sich für diese Parameterkombination zwar ein LTE - Atmosphärenmodell, jedoch wegen der Nähe zum Eddingtonlimit kein non - LTE - Modell gewinnen. Deshalb wurde zunächst ein non - LTE - Modell $(65000, 4.25, .99)$ berechnet, das allerdings, wie Abbildung (4.9 c) zeigt, auf der falschen Seite der Grenzlinie für HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ liegt. Infolgedessen wird diese Linie in einer Stärke vorhergesagt, die mit dem Spektrogramm - das keine Spur des Übergangs zeigt - im Widerspruch steht.

Daher wurde die Effektivtemperatur auf $70\,000 \text{ K}$ erhöht und zwei Modelle mit $\log g = 4.25$ bzw. 4.5 und $\epsilon_{\text{He}} = .99$ berechnet. Bei der niedrigeren Schwerebeschleunigung ist die theoretische HeI - Linie nun mit der Beobachtung verträglich, obwohl gesagt werden muß, daß dieses sicherlich der gerade noch zu tolerierende Grenzfall ist. Konsequenterweise produziert das Modell $(70000, 4.5, .99)$ diese Linie bereits in einer Stärke, die über der Nachweisgrenze liegt.

Bis zu diesem Punkt war es möglich, einzelne Modelle aufgrund der HeI - Linie auszuschließen. Die Profile der übrigen Linien dagegen erlauben keine Diskriminierung zwischen den bislang für LSE 259 diskutierten Modellen. Um jedoch eine Obergrenze für die Effektivtemperatur zu finden - bei Variation der Modellparameter entlang des in Abschnitt 4.3.4. angesprochenen Streifens parallel zum Eddingtonlimit -, muß man sich nun ausschließlich auf die H I - und

HeII – Linien stützen.

Daher wurde in einem deutlichen Schritt die Effektivtemperatur auf 90 000 K angehoben. Die Schwerebeschleunigung wurde mit $\log g = 4.8$ so gewählt, daß sich ein etwa gleicher Abstand zum Eddingtonlimit ergab wie beim "bewährten" Modell (70000,4.25,.99). Ein zweites Modell wurde zudem mit gleichem T_{eff} , aber reduzierter Schwerebeschleunigung, $\log g = 4.7$, gerechnet. (Für noch geringere Schwerebeschleunigungen war es nicht mehr möglich, konvergierte Modelle zu erhalten.) Abbildung (4.17) vergleicht die berechneten Profile mit der Beobachtung. Für $\log g = 4.8$ ergibt die Theorie Profile, deren Kerne zu schwach eingesenkt sind, die Flügel von HeII $\lambda 4686\text{\AA}$ sind möglicherweise zu stark. Für das Modell mit $\log g = 4.7$ ist letzteres gewiß der Fall, ohne daß die Zentraleinsenkungen der übrigen Linien verbessert werden.

Daher nehmen wir die Sternparameter als $T_{\text{eff}} = 75\,000\text{ K}$, $\log g = 4.4$ an und erlauben eine Unsicherheit der Temperatur von $\Delta T_{\text{eff}} = +10\,000/-5\,000\text{ K}$. Die Abbildung (4.18 a,b) zeigt die für dieses Modell berechneten Linienprofile im Vergleich mit dem Spektrogramm. Die Übereinstimmung ist im allgemeinen gut, lediglich die beobachteten Linienkerne sind nicht so stark eingesenkt wie vorhergesagt. Da aber das UV-Spektrum von LSE 259 deutliche Hinweise auf Massenverlust gibt, erscheint es wahrscheinlich, daß die Kerne in bereits mit Überschallgeschwindigkeit abströmenden Sterngebieten geformt werden und deshalb durch unsere hydrostatischen Modelle nicht beschrieben werden können.

Zur Eingrenzung der Schwerebeschleunigung zeigen wir in Abbildung (4.19) die theoretischen Profile des Modells (75000,5,.99), deren Zentren offensichtlich bereits viel zu schwach sind. Auf der anderen Seite bringt eine Reduzierung von $\log g$ um 0.25 die Sternparameter bereits an die Grenze der Stabilität, so daß jenseits dieses Wertes hydrostatische Atmosphärenschichtung nicht mehr erwartet werden kann.

Schließlich erhalten wir als Endergebnis für LSE 259 die Parameter :

$$\begin{array}{lll} T_{\text{eff}} & = & 75\,000 \quad +10\,000/-5000\text{ K} \\ \log g & = & 4.40 \quad \pm 0.3 \quad (\text{g in cgs-Einheiten}) \end{array}$$

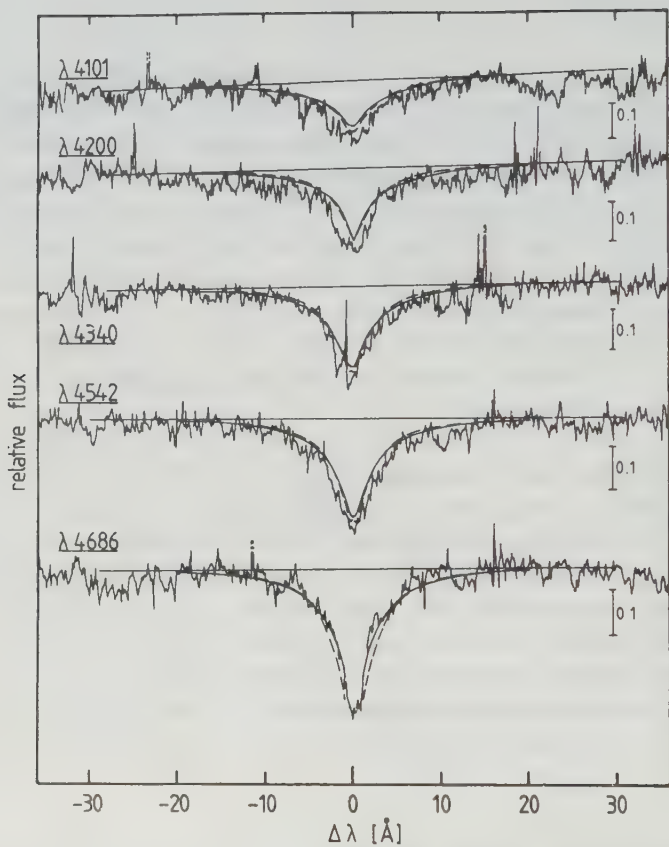


Abbildung 4.17 : Vergleich der beobachteten H/He-Linienprofile von LSE 259 mit den Modellen (90000,4.8,0.99) (durchgezogene Linien) und (90000,4.7,0.99) (gestrichelte Linien). Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an.

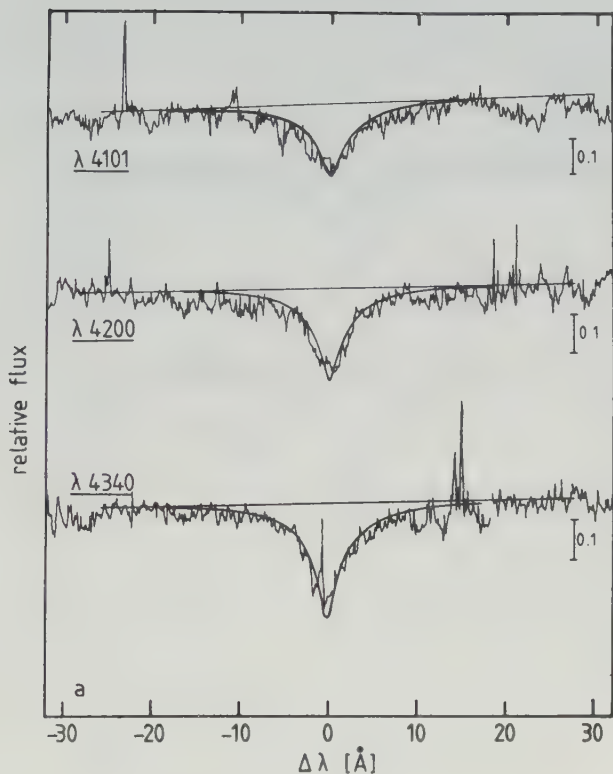
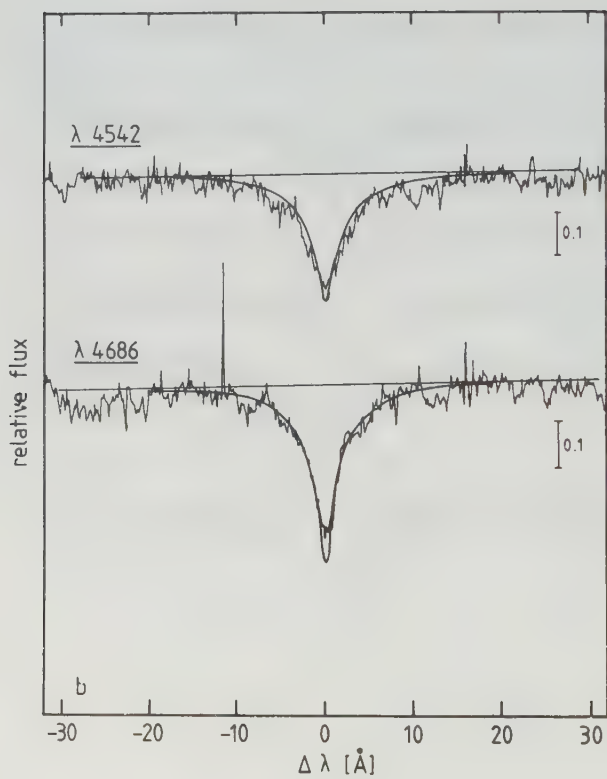


Abbildung 4.18 : Vergleich der beobachteten H/He-Linienprofile von LSE 259 mit dem finalen Modell. Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an. **a:** H I/He II $\lambda 4101\text{\AA}$, He II $\lambda 4200\text{\AA}$, H I/He II $\lambda 4340\text{\AA}$. **b:** He II $\lambda 4542\text{\AA}$, He II $\lambda 4686\text{\AA}$.



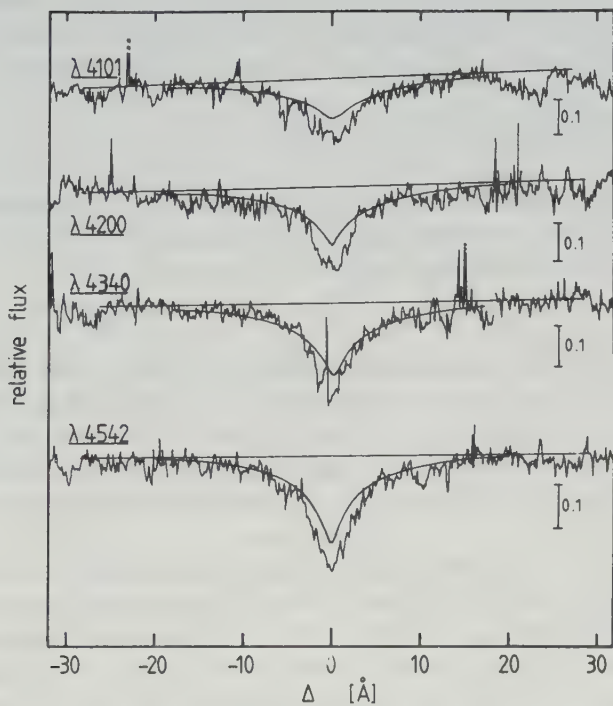


Abbildung 4.19 : Vergleich der beobachteten H/He - Linienprofile von LSE 259 mit dem Modell (75000,5,0.99). Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an.

Zu beachten ist hierbei allerdings, daß der durch ΔT_{eff} und $\Delta \log g$ gegebene Fehlerbereich in der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Ebene nicht parallel zu den Achsen liegt, sondern sich parallel zum Eddingtonlimit orientiert. Aus der für diese Stabilitätsgrenze geltenden Beziehung $T_{\text{eff}}^4 / g = \text{const.}$ leitet man daher die Relation

$$\log g = -15.1 + 4 \cdot \log T_{\text{eff}} \pm \Delta \log g \quad (4.20)$$

für beliebiges T_{eff} innerhalb der Fehlergrenzen ab. Die gegenüber LSE 153 und LSE 263 vergrößerten Unsicherheiten ΔT_{eff} und $\Delta \log g$ sind durch das Fehlen der HeI $\lambda 4471\text{\AA}$ -Linie im Spektrogramm von LSE 259 begründet.

4.4.3.4. NGC 246 : Das Spektrum des Zentralsterns NGC 246 ist gekennzeichnet durch äußerst flache und weite Absorptionslinien des ionisierten Heliums. Wegen der deshalb zu erwartenden großen Unsicherheiten bei der Bestimmung der Äquivalentbreiten wurde deshalb auf eine Voranalyse verzichtet. Auch ohne sie gibt es mehrere Gründe, die von vornherein für eine sehr hohe Effektivtemperatur dieses Objektes sprechen :

- Das CASPEC - Spektrogramm des optischen Spektralbereiches zeigt keine Spur der HeI - Linie $\lambda 4471\text{\AA}$, obwohl aufgrund des sehr hohen Signal- zu - Rauschverhältnisses auch Äquivalentbreiten von $20 \text{ m\AA}$ sicher festzustellen wären. (Man betrachte zum Beispiel in diesem Spektrogramm die C IV - Linie $\lambda 4219\text{\AA}$ mit $36 \text{ m\AA}$ Äquivalentbreite.) Da wegen der stark verbreiterten HeII - Linien auch eine höhere Schwerebeschleunigung anzunehmen ist (als sichere Untergrenze sei $\log g = 5$ angenommen), läßt sich aus Abbildung (4.8 c) ablesen, daß die Effektivtemperatur kaum unter $90\,000 \text{ K}$ liegen kann.
- Die UV - und optischen Spektren zeigen starke Linien von C IV und O VI (letztere in den CTIO - Spektren von R.H.Mendez). Insbesondere für Kohlenstoff sind nahezu alle möglichen Übergänge zwischen den Zuständen bis zur Hauptquantenzahl $n = 8$ nachweisbar, wobei die höheren Niveaus Anregungsenergien von etwa 50 eV haben. Obwohl für genaue Vorhersagen der Temperatur diese Ionen detailliert berechnet werden müssen, und das Bild durch ungewöhnliche Häufigkeiten von Kohlenstoff und Sauerstoff verzerrt sein mag, entsteht bei Vergleich der Spektrogramme von NGC 246 einerseits und LSE 153, LSE 259 andererseits der Eindruck, daß der Zentralstern heißer sein muß als die anderen Objekte mit $T_{\text{eff}} \approx 70\,000 \dots 75\,000 \text{ K}$ (siehe die vorangegangenen Abschnitte).

- Heap (1975) bestimmt die Effektivtemperatur nach der Zanstramethode aus dem Verhältnis der Nebellinienintensitäten für HeII $\lambda\lambda 4542,4686\text{\AA}$ und H I $\lambda 4861\text{\AA}$ und erhält $T_{\text{eff}} \geq 120\,000\text{ K}$. Sie führt mehrere Gründe an, weshalb auch höhere Werte möglich sind (bis über $200\,000\text{ K}$).

Deshalb wurden die im CASPEC – Spektrogramm vermessenen Profile der Linien HeII $\lambda\lambda 4542,4686\text{\AA}$ und HI/HeII $\lambda\lambda 4340,4861\text{\AA}$ mit den Vorhersagen aller verfügbaren "heißen" Modelle (d.h. $T_{\text{eff}} \geq 100\,000\text{ K}$) verglichen. Die Abbildungen (4.20) bis (4.22) zeigen diese Gegenüberstellung für Effektivtemperaturen von $100\,000\text{ K}$, $120\,000\text{ K}$ und $140\,000\text{ K}$ und jeweils mehrere Schwerebeschleunigungen. Aus dem Diagramm (4.20) geht hervor, daß bei $T_{\text{eff}} = 100\,000\text{ K}$ für keinen Wert von $\log g$ eine zufriedenstellende Übereinstimmung möglich ist. Den möglichen Temperaturbereich weiter einzugrenzen fällt aber schon schwer : Sowohl für $120\,000\text{ K}$ als auch für $140\,000\text{ K}$ Effektivtemperatur sind gut passende theoretische Profile zu erwarten, wenn jeweils Schwerebeschleunigungen um $\log g = 5.7$ angenommen werden. Abbildung (4.23) zeigt die gute Übereinstimmung von Theorie und Beobachtung für Modellparameter von $T_{\text{eff}} = 130\,000\text{ K}$ und $\log g = 5.7$. Lediglich für die inneren $\pm 7\text{\AA}$ des $\lambda 4686\text{\AA}$ – Profils zeigt sich eine bemerkenswerte Diskrepanz zwischen Theorie und Beobachtung, die wahrscheinlich durch "Auffüllen" der HeII – Absorption durch mehrere Emissionslinien von C IV zu erklären ist : Die Wellenlänge der zentralen Emission entspricht mit $4685.1\text{\AA}$ recht genau dem Wert für die starken Übergänge C IV $6h\text{ }^2\text{H}^\circ - 8i\text{ }^2\text{I}$, $6g\text{ }^2\text{G} - 8h\text{ }^2\text{H}^\circ$, auf dem blauen Flügel der Linie deutet sich zudem der Übergang C IV $6f\text{ }^2\text{F}^\circ - 8g\text{ }^2\text{G}$ als Blend an. Die um $\Delta\lambda = -5\text{\AA}$ bzw. $+3\text{\AA}$ verschobenen Emissionen ließen sich mit C IV $n=8 \rightarrow n'=17$ bzw. C IV $n=7 \rightarrow n'=11$ identifizieren.

Die Linie HeII $\lambda 4200\text{\AA}$ wird von dem Modell ($130000, 5.7, .99$) so flach vorhergesagt – mit Einsenkungen von nur $1-2\text{ mm}$ in dem in Abbildung (4.23) benutzten Maßstab über eine gesamte Breite von $40\text{\AA}$ –, daß es nicht verwunderlich ist, daß dieser Übergang in dem CASPEC – Spektrogramm nicht auftritt : Bei der Datenreduktion kann ein "wahrer" Kontinuumsverlauf nicht mehr definiert werden. Für ein Verschwinden des $(n=11)$ – Niveaus von He^+ (dem oberen Zustand des fraglichen Übergangs) im Kontinuum durch Druckionisation allerdings ist die Elektronendichte in der Linienentstehungstiefe um wenigstens zwei Größenordnungen zu gering, so daß diese weitere Erklärungsmöglichkeit ausscheidet.

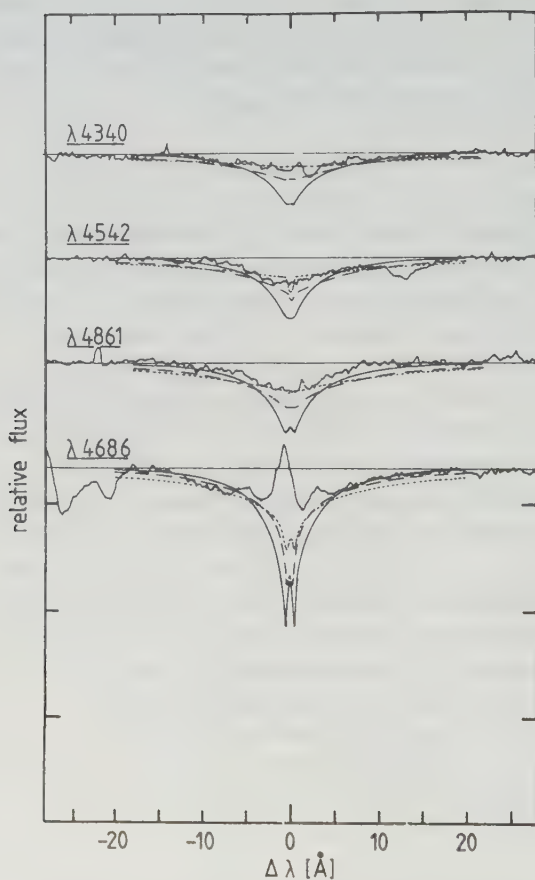


Abbildung 4.20 : Vergleich der beobachteten H/He - Linienprofile von NGC 246 mit verschiedenen Modellen mit $T_{\text{eff}} = 100\,000$ K. Die Schwerebeschleunigungen sind $\log g = 5$ (durchgezogene Linien), 6 (gestrichelte Linien) und 7 (gepunktete Linien), die Heliumhäufigkeit ist $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$. Die Null-Linien der oberen Kurven sind durch Striche an der Ordinate markiert.

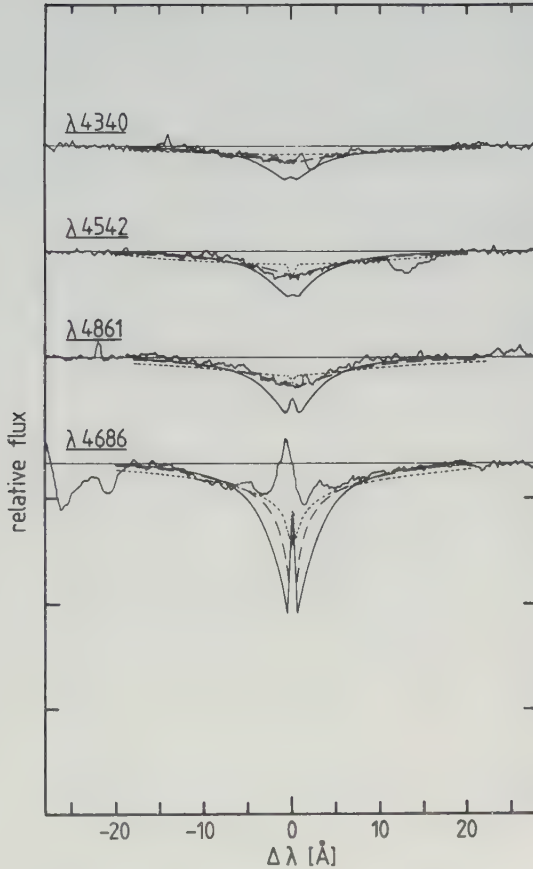


Abbildung 4.21 : Vergleich der beobachteten H/He - Linienprofile von NGC 246 mit verschiedenen Modellen mit $T_{\text{eff}} = 120\,000\text{ K}$. Die Schwerebeschleunigungen sind $\log g = 5.3$ (durchgezogene Linien), 6 (gestrichelte Linien) und 7 (gepunktete Linien), die Heliumhäufigkeit ist $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$. Die Null - Linien der oberen Kurven sind durch Striche an der Ordinate markiert.

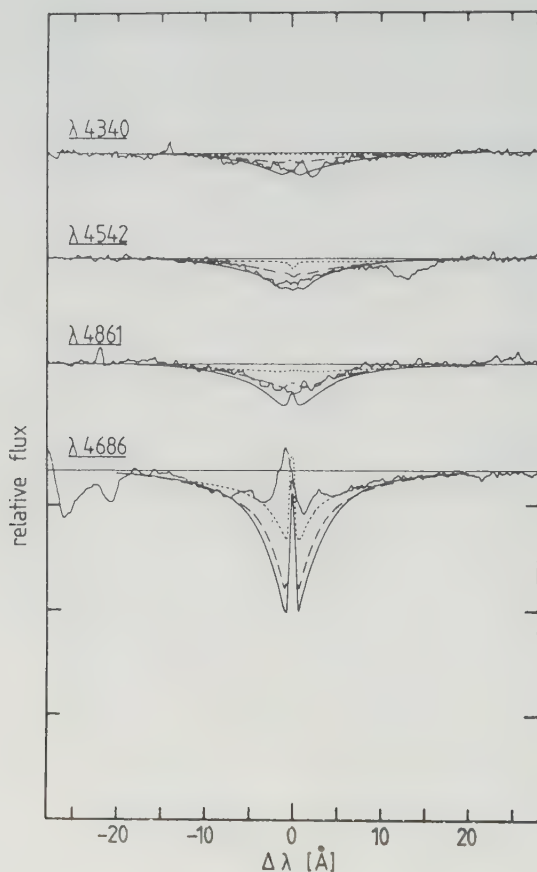


Abbildung 4.22 : Vergleich der beobachteten H/He - Linienprofile von NGC 246 mit verschiedenen Modellen mit $T_{\text{eff}} = 140\,000\text{ K}$. Die Schwerebeschleunigungen sind $\log g = 5.6$ (durchgezogene Linien), 6 (gestrichelte Linien) und 7 (gepunktete Linien), die Heliumhäufigkeit ist $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$. Die Null-Linien der oberen Kurven sind durch Striche an der Ordinate markiert.

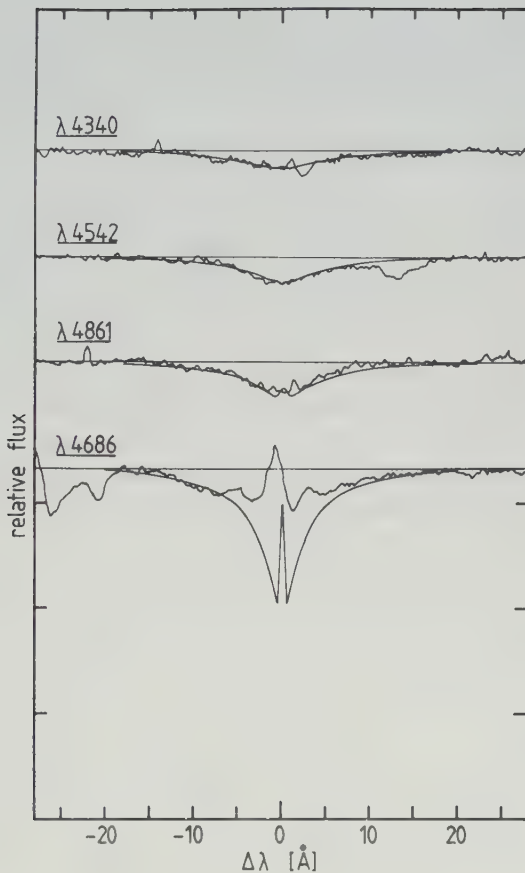


Abbildung 4.23 : Vergleich der beobachteten H/He - Linienprofile von NGC 246 mit dem finalen Modell. Die Null - Linien der oberen Kurven sind durch Striche an der Ordinate markiert.

Die beobachtete Absorption bei $4202.0 \text{ \AA}$ kann wegen der Verschiebung um mehr als zwei Angström mit dem HeII – Übergang nicht in Verbindung gebracht werden. (Für alle anderen Übergänge des HeII und des C IV stimmen theoretische und gemessene Zentralwellenlängen besser als $0.2 \text{ \AA}$ überein.) Bemerkenswerterweise tritt auch im HeII $\lambda 4340 \text{ \AA}$ – Profil eine um $2.2 \text{ \AA}$ rotverschobene Absorptionskomponente auf.

Wie bereits oben gesagt, erreicht man auch bei Effektivtemperaturen von $120\,000 \text{ K}$ und $140\,000 \text{ K}$ zufriedenstellende Übereinstimmung berechneter und beobachteter Linienprofile; für die niedrigere Temperatur bei $\log g \approx 6.0$, bei $140\,000 \text{ K}$ wird $\log g \approx 5.7$ nötig. Dabei liefern die Linien HeII $\lambda\lambda 4340, 4542, 4861 \text{ \AA}$ im wesentlichen dieselbe Information, was angesichts der Tatsache, daß sie alle vom gleichen unteren Zustand $n=4$ ausgehen, nicht erstaunlich ist. Zusätzliche Information wäre von dem von $n=3$ ausgehenden Übergang HeII $\lambda 4686 \text{ \AA}$ zu erwarten, dessen zentrale (und entscheidende) Teile aber unglücklicherweise durch C IV maskiert sind. Auch der Übergang HeII $\lambda 1640 \text{ \AA}$ ($n=2 \rightarrow n'=3$) kann nicht weiterhelfen, da das IUE – Spektrogramm SWP3353 nicht rauscharm genug ist, um eine Entscheidung zuungunsten irgendeines Temperaturwertes zu fällen.

Daher müssen wir die relativ große Unsicherheit akzeptieren und geben als Sternparameter an :

$$\begin{array}{lll} T_{\text{eff}} & = & 130\,000 \pm 15\,000 \text{ K} \\ \log g & = & 5.7 \quad +0.4 / -0.2 \quad (g \text{ in cgs - Einheiten}) \end{array}$$

Es bleibt schließlich noch anzumerken, daß eigentlich keine Sicherheit dafür besteht, daß nicht doch auch für Effektivtemperaturen von $150\,000 \text{ K}$ oder höher Theorie und Beobachtung zur Deckung gebracht werden können. Da wir keine Modelle für diese Temperaturen gerechnet haben, steht dieser Test noch aus. Der Grund für diese Selbstbeschränkung, der auch die Frage der Gültigkeit der Modelle für $T_{\text{eff}} = 100\,000 \text{ K} \dots 140\,000 \text{ K}$ betrifft, ist die bei steigender Temperatur immer fragwürdigere Außerachtlassung weiterer Opazitätsquellen neben Wasserstoff und Helium. Daß die Konsequenzen dieser Vereinfachung unbekannt sind, wurde bereits in Abschnitt 4.2.1.4. ausgeführt, bei den hier in Frage stehenden Temperaturen werden aber bereits so große Flußanteile in Frequenzbereichen transportiert, die praktisch frei von wahrer Absorption sind ($\nu \geq 3 \times 10^{16} \text{ Hz}$), daß an der zutreffenden Modellierung derart heißer Photosphären gezweifelt werden muß. Die in Abbildung (4.24) gezeigte Flußverteilung eines Modells mit $T_{\text{eff}} =$

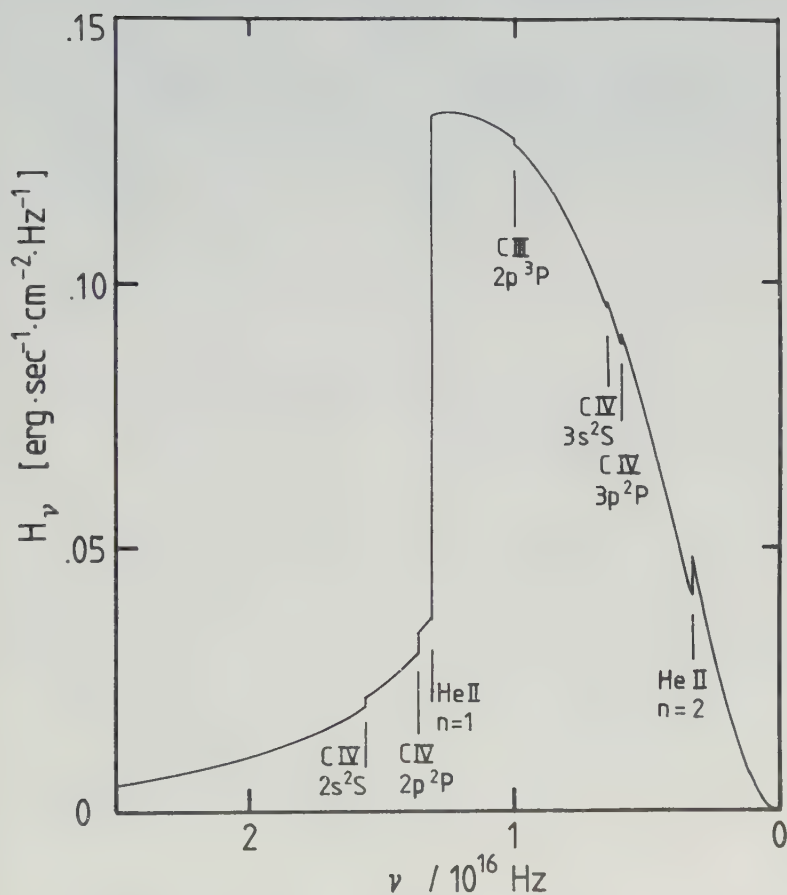


Abbildung 4.24 : Theoretische Flußverteilung einer Heliummodellatmosphäre mit $T_{\text{eff}} = 130\,000 \text{ K}$ und $\log g = 5.7$. Bei der Berechnung der ausgesandten Strahlung wurde ein C/He-Verhältnis von 1:9 zugrundegelegt. Die sichtbaren Absorptionskanten sind mit Angabe des verantwortlichen Zustands gekennzeichnet.

130 000 K, $\log g = 5.7$ und einem Kohlenstoff/Helium – Verhältnis von 1:9 zeigt zwar noch die Dominanz der HeII – Grundzustandskante bei 228 Å, spiegelt aber nur die Ionisationsverhältnisse in den äußeren, kühleren Atmosphärenschichten wider.

Diese grundsätzlichen Zweifel werden hier aber außer acht gelassen und die obere Schranke für die Effektivtemperatur aus der Tatsache bestimmt, daß die – wenn auch noch als zufriedenstellend zu bezeichnende – Übereinstimmung der Linienprofile für $T_{\text{eff}} = 140\,000\text{ K}$ nicht so gut wie die des finalen Modells ist.

4.4.4. Abschätzung des Wasserstoffanteils

Die bisherige Analyse wurde generell unter der Annahme einer chemischen Zusammensetzung der Atmosphäre aus 99 % Helium und 1 % Wasserstoff (jeweils Teilzahlbruchteile) durchgeführt. Eine weitere Erhöhung des Heliumanteils verändert – wie mehrere Testrechnungen ergaben – die Struktur der Modellatmosphäre nicht (siehe auch Kapitel 1), und da bereits bei $\varepsilon_{\text{He}} = .99$ die Wasserstofflinienanteile an den Linien $\lambda\lambda 4101, 4340, 4861\text{Å}$ nicht mehr sichtbar sind, besteht praktisch zwischen 99 – und 100 – prozentigem Heliumanteil kein Unterschied. Anders dagegen bei Reduzierung der Heliumhäufigkeit : Lange bevor der wachsende Wasserstoffanteil Temperatur – und Druckschichtung nennenswert beeinflußt, ändern sich die Profile der obengenannten Linien. Die Abbildungen (4.25) bis (4.28) vergleichen ihre für Wasserstoffhäufigkeiten $\varepsilon_{\text{H}} = 0.1$ (und teilweise $\varepsilon_{\text{H}} = 0.2$) berechneten Linienprofile mit den Spektrogrammen. Aus diesen Darstellungen werden folgende Obergrenzen für die Wasserstoffhäufigkeiten abgeschätzt :

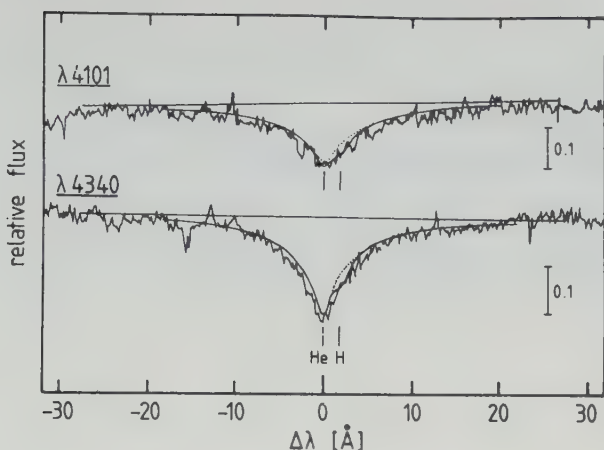


Abbildung 4.25 : Vergleich der H I/HeII $\lambda\lambda 4101, 4340\text{\AA}$ - Linien von LSE 153 mit dem Modell (70000,4.75,0.9) (durchgezogene Kurven). Das theoretische Profil für $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$ ist als gepunktete Kurve eingezeichnet. Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an.

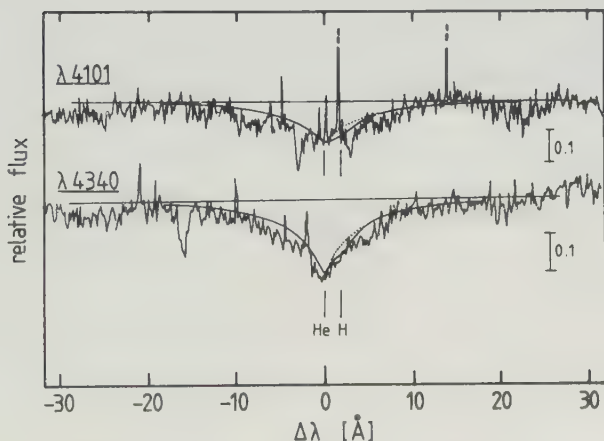


Abbildung 4.26 : Vergleich der H I/HeII $\lambda\lambda 4101, 4340\text{\AA}$ - Linien von LSE 263 mit dem Modell (70000,4.9,0.9) (durchgezogene Kurven). Das theoretische Profil für $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$ ist als gepunktete Kurve eingezeichnet. Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an.

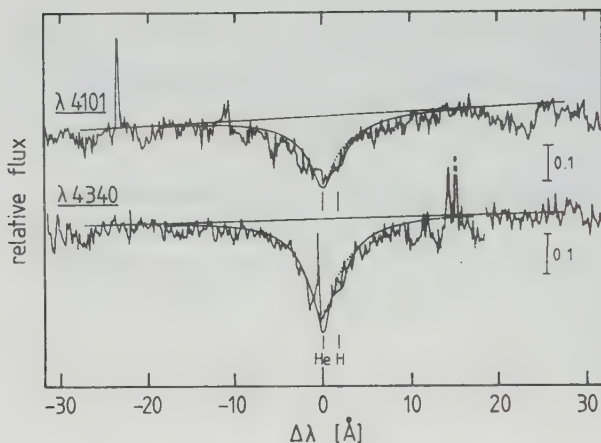


Abbildung 4.27 : Vergleich der H I/HeII $\lambda\lambda 4101, 4340\text{\AA}$ -Linien von LSE 259 mit dem Modell (75000,4,4,0,9) (durchgezogene Kurven). Das theoretische Profil für $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$ ist als gepunktete Kurve eingezeichnet. Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an.

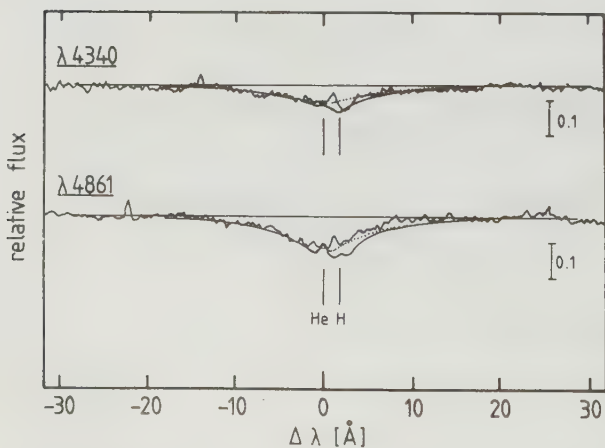


Abbildung 4.28 : Vergleich der H I/HeII $\lambda\lambda 4340, 4861\text{\AA}$ -Linien von NGC 246 mit dem Modell (130000,5,7,0,8) (durchgezogene Kurven). Das theoretische Profil für $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$ ist als gepunktete Kurve eingezeichnet. Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an.

Tabelle (4.4) : Obergrenzen der Wasserstoffhäufigkeiten

Objekt	ϵ_{H}
LSE 153	≤ 0.10
LSE 263	≤ 0.10
LSE 259	≤ 0.05
NGC 246	≤ 0.10

5. Häufigkeitsanalyse der Metalle

5.1. Die Analysenmethode

Wie schon bei der in Abschnitt 4.2.5. beschriebenen Berechnung der Wasserstoff- und Heliumlinienprofile werden auch die *line formation*-Rechnungen für die schweren Elemente unter Zugrundelegung einer fixierten Temperatur- und Dichteschichtung - übernommen aus den zuvor konstruierten Atmosphärenmodellen - durchgeführt. Die verwendeten Modelle waren für die in Abschnitt 4.4.3. abgeleiteten Werte von T_{eff} und $\log g$ berechnet. Die im darauffolgenden Abschnitt 4.4.4. bestimmten Obergrenzen der Wasserstoffhäufigkeiten lassen zwar einen gewissen Spielraum für den dritten Atmosphärenparameter, da aber die Temperaturen und Dichten des Modells bei bis $\epsilon_{\text{H}} = 0.1$ steigendem Wasserstoffanteil nahezu unverändert bleiben, wurde für alle verwendeten Atmosphärenmodelle der Parameter $\epsilon_{\text{He}} = 0.99$ (entsprechend $\epsilon_{\text{H}} = 0.01$) zugrundegelegt. Alle auf Grundlage dieser Modelle berechneten Metalllinien wurden mit den gleichen Werten von Rotationsgeschwindigkeit und Apparateprofil, wie im vorangegangenen Kapitel verwendet, verbreitert.

Die gesamte *line formation*-Rechnung für ein Element besteht aus zwei Teilen. Zunächst müssen die Besetzungszahlen aller im Modellatom vertretenen Zustände durch simultane Lösung der Strahlungstransport- und Ratengleichungen bestimmt werden. Diese Aufgabe wird von dem am University College London entwickelten Computerprogramm DETAIL übernommen. Die Spezifikation des zu behandelnden Modellatoms erfolgt durch - recht komfortable - Dateneingabe in das Programm und ermöglicht so eine vergleichsweise mühelose Anpassung des berechneten Problems an spezielle Erfordernisse.

DETAIL benutzt zwar - wie das von Dr.K.P.Simon erstellte und für die Berechnung der H-He-Linien verwendete Programm - die Methode der vollständigen Linearisierung, benutzt aber im Gegensatz dazu ein leistungsfähigeres Verfahren zur Gleichungsauflösung. Dieses Verfahren wird im Anhang A beschrieben.

Der zweite, weniger umfangreichere Teil der *line formation*-Rechnung besteht aus der Berechnung der beobachtbaren Linienprofile aus den nunmehr fixierten Besetzungszahlen durch eine formale Lösung der Strahlungstransportgleichungen.

Im Unterschied zum ersten Schritt, in dem als einziger Verbreiterungsmechanismus der Linienopazität lediglich der Doppler-Effekt durch thermische Bewegung der Absorber auftrat, werden nun zusätzlich alle weiteren Verbreiterungen durch Stark-Effekt, Strahlungs- und Stoßdämpfung und Doppler-Effekt durch Mikroturbulenzgeschwindigkeiten berücksichtigt. Das hierzu verwendete Programm SURFACE wurde in London zusammen mit DETAIL entwickelt, und beide Codes benutzen so weit wie möglich identische Routinen. Wie DETAIL ist auch SURFACE weitgehend datengesteuert, die Benutzung beider Programme ist in Butler & Giddings (1985) dokumentiert.

Die Elementhäufigkeiten eines Sternes lassen sich durch Vergleich der im Spektrogramm beobachteten Linienstärken mit den unter Annahme verschiedener Häufigkeiten berechneten Ergebnissen der *line formation*-Rechnungen bestimmen. Die Profile der Metalllinien sind dabei in der Regel weniger interessant: Zum einen weil diese Linien meist zu schwache Dämpfungsflügel haben, die nicht beobachtet werden; das Profil ist daher durch häufigkeitsunabhängige Mechanismen wie thermischen Doppler-Effekt, stellare Rotation und Spektrographenprofil bestimmt. Eine Ausnahme bilden dabei die im ultravioletten Spektralbereich auftretenden Resonanzlinien (z.B. C IV $\lambda 1550\text{\AA}$, N V $\lambda 1240\text{\AA}$), die häufig Dämpfungsflügel zeigen. (Siehe aber auch die Diskussion der Linien C IV $\lambda \lambda 4647, 4658\text{\AA}$ in Abschnitt 5.2.) Zum anderen sind die meisten beobachteten Metalllinien insgesamt recht schwach, so daß ihr Profil leicht vom Rauschen des Spektrogramms überdeckt werden kann.

Die errechneten Linienstärken hängen neben der Elementhäufigkeit noch von einem zweiten Parameter ab: der Mikroturbulenzgeschwindigkeit v_{turb} . Dieser Parameter charakterisiert nicht-thermische, stochastische Geschwindigkeitsfelder mit Zellengrößen kleiner als der freien Weglänge der Linienphotonen. Trotz der Bezeichnung als "Turbulenz" scheint die Korrespondenz zu einem Turbulenzphänomen im rein hydrodynamischen Sinne recht zweifelhaft, da häufig - vor allen in Überriesensternen - Werte der Mikroturbulenz gefunden werden, die deutlich die Schallgeschwindigkeit in dem Atmosphärenplasma überschreiten. Vielmehr muß wohl die Mikroturbulenz als Extremfall einer - zweifellos vorhandenen - Geschwindigkeitsverteilung über verschiedene Skalenlängen verstanden werden, an deren anderem Ende die sogenannte Makroturbulenz steht, deren typische räumliche Ausdehnung als groß gegenüber der freien Photonenweglänge angenommen wird. Diese beiden Extrema unterscheiden sich in ihrer Aus-

wirkung auf die Entstehung einer Absorptionslinie. Im Falle der Makroturbulenz stellen verschiedene Geschwindigkeitszellen quasi unabhängige Atmosphären dar, die jede selbstständig die fragliche Linie formen. Beobachtet wird schließlich das Mittel vieler Flußprofile, die gegeneinander durch Doppler-Effekt verschoben sind. Gegenüber der Linie einer Geschwindigkeitszelle ist das beobachtete Profil verbreitert, die Äquivalentbreite bleibt jedoch erhalten. (Eine Folge der Fluß-mittelung : Die Energie – auch die absorbierte – muß erhalten bleiben.) Dagegen wechseln im Falle der Mikroturbulenz die Linienphotonen ständig von einer Geschwindigkeitszelle in die andere, sie begegnen damit auf ihrem Weg durch die Atmosphäre einem gemittelten Opazitätsprofil, das ebenfalls durch Dopplereffekt verbreitert ist und im Maximum eine reduzierte Absorptionsstärke aufweist. Solange die Linie schwach ist, sinkt mit der Opazität auch die Linieneinsenkung, und die Äquivalentbreite der beobachteten Linie bleibt wiederum erhalten. Anders dagegen bei gesättigten Linien : Bei genügend großer Zahl an Absorbern erreicht die Restintensität in der Linienmitte den Wert Null bei Streulinien, beziehungsweise den Wert der Quellfunktion des Übergangs bei thermalisierenden Linien. Eine Umverteilung der Opazität beeinflusst dann die Zentralintensität in der Linie nicht, verstärkt aber die Einsenkung der noch nicht gesättigten Teile des Profils : die beobachtbare Äquivalentbreite steigt.

Wenn auch die Mikroturbulenz eine vereinfachende Beschreibung einer komplexeren Situation darstellt, so muß sie doch beim Vergleich von beobachteten und berechneten Linien berücksichtigt werden. Dies gilt nicht so sehr für die Wasserstoff- und Heliumlinien, da die thermischen Geschwindigkeiten dieser Atome vergleichsweise hoch und die Dopplerkerne ihrer Linien ohnehin recht breit sind. Je höher aber das Atomgewicht eines Elementes ist, desto geringer werden thermische Geschwindigkeit und damit die Dopplerkernbreite des lokalen Opazitätsprofils. (Bei Kohlenstoff ist sie bereits um einen Faktor 3.5 geringer als für Wasserstoff.) Um so stärker beeinflusst dann die (elementunabhängige) Mikroturbulenzgeschwindigkeit das für den Strahlungstransport ausschlaggebende mittlere Opazitätsprofil.

Wie oben schon ausgeführt, werden nur Linien, die im Zentrum bereits saturiert sind, von der Mikroturbulenz verstärkt, während die schwächeren lediglich verbreitert werden. Dadurch lassen sich bei gleichzeitiger Untersuchung von gesättigten und ungesättigten Linien im Prinzip simultan Elementhäufigkeit und Mikroturbulenzgeschwindigkeit v_{turb} bestimmen. Dazu trägt man in ein Diagramm, auf

dessen Achsen diese beiden Parameter aufgetragen sind, für jede untersuchte Linie des fraglichen Elementes die Kurve ein, entlang derer die beobachtete Äquivalentbreite von den Rechnungen reproduziert wird. Im Idealfall haben die so erzeugten Fitkurven aller Absorptionslinien einen gemeinsamen Schnittpunkt, dessen Koordinaten die gesuchten Parameter liefert. Das Verfahren ähnelt damit stark der in Abschnitt 4.3.1. beschriebenen Methode zur Bestimmung von Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung aus den Wasserstoff- und Heliumlinien.

In der Praxis ergeben die Fitkurven natürlich keinen perfekt definierten Schnittpunkt wegen der Beobachtungsungenauigkeiten einerseits und den Unsicherheiten der Modellrechnungen durch notwendige Vereinfachungen, fehlerbehaftete Atomdaten u.ä. andererseits. (Ein schlecht definierter Schnittpunkt kann auch darauf hindeuten, daß das Konzept der Mikroturbulenz nicht anwendbar ist.) Elementhäufigkeit und Mikroturbulenz müssen deshalb aus einer "Zusammenballung" der Fitlinien in einem mehr oder weniger begrenzten Bereich des Diagramms bestimmt werden (vergleiche die betreffenden Abbildungen der folgenden Abschnitte), wobei die Streuung der einzelnen Kurven um den Schwerpunkt des Schnittgebietes einen Anhalt für den zu erwartenden Fehlerbereich der Parameter liefert.

In die so abgeschätzten Fehlergrenzen für die Häufigkeiten geht natürlich noch nicht die zusätzliche Unsicherheit ein, die durch die mögliche Variation der Atmosphärenparameter T_{eff} und $\log g$ entsteht. (Wie eingangs dieses Kapitels ausgeführt, ist eine merkliche Abhängigkeit der Schichtung von dem Wasserstoff/Helium-Verhältnis innerhalb der ermittelten möglichen Schwankungsbreite nicht zu erwarten.) Mittels der Saha-Gleichung läßt sich überschlägig errechnen, welcher Einfluß der Variation dieser Parameter auf die Ionisationsverhältnisse C IV/C V und N III/N IV/N V/N VI zu erwarten ist. In dem ungünstigsten Fall, daß nämlich das untersuchte Ion nicht dominant ist bei den relevanten Temperaturen und Dichten, hat eine geänderte Ionisation direkten Einfluß auf die ermittelte Gesamthäufigkeit des Elementes. Die in Abschnitt 4.4.3. bestimmten Fehlergrenzen von T_{eff} und $\log g$ führen zu einer Änderung der fraglichen Ionisationsverhältnisse um einen Faktor von höchstens 1.7. Wie die folgenden Unterkapitel zeigen werden, ist diese Unsicherheit von geringerem Gewicht als die Ungenauigkeit der Bestimmung der Elementhäufigkeit aus den Fitdiagrammen. In Anbetracht des hohen Aufwandes, der für eine genauere Bestimmung des Einflusses von Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung notwendig wäre, wurde daher auf diese Untersuchung verzichtet.

Untersucht werden im Folgenden die Elemente Kohlenstoff, Stickstoff und Magnesium. Die beiden ersten sind von herausragender Bedeutung für die Beurteilung des Entwicklungsweges, den die analysierten Sterne hinter sich haben, und glücklicherweise auch die in den Spektrogrammen am besten vertretenen Metalle mit Linien von C III, C IV, N III, N IV und N V. Zur Analyse der N III – und der N V – Linien existierten bereits entsprechende Modellatome (Butler, 1984; Butler, 1985, mündliche Mitteilung), für C IV wurde ein Modellatom im Rahmen dieser Arbeit entwickelt. C III – und N IV – Linien wurden nicht behandelt. Zwar existieren für beide Ionen bereits non – LTE – Untersuchungen (Solov'eva, 1983; Sakhibullin *et al.*, 1982), die aber stark eingeschränkte Modellatome und zudem nicht überzeugende atomare Daten verwenden. Des weiteren existiert eine an der Universität von Colorado, USA angefertigte Dissertation, die die C III – Linien behandelt (Cordona – Nunez, 1978), sie war aber nicht erhältlich.

Ausgangspunkt der Analyse von Magnesium war die im CASPEC – Spektrogramm von LSE 153 (und eventuell auch LSE 259) auftretende Linie bei $4481.2 \text{ \AA}$, für die keine andere Identifikation als die mit dem Übergang $\text{Mg}^+ 3d^2D - 4f^2F^\circ$ möglich erscheint. Zwar zeigte bereits Mihalas (1972b), daß diese Linie in O – Sternen durch non – LTE – Effekte stärker erscheint als nach der Saha – Gleichung zu erwarten wäre. Seine Rechnungen erstreckten sich allerdings nur bis zu maximalen Effektivtemperaturen von $40\,000 \text{ K}$, und daß ein einfach ionisiertes Metallion bei $T_{\text{eff}} = 70\,000 \text{ K}$ eine beobachtbare Absorption erzeugt, erschien beim ersten Betrachten der Spektrogramme kaum glaublich. Da in der erwähnten Arbeit von Mihalas das verwendete Magnesium – Modellatom beschrieben war, konnte ohne übermäßigen Aufwand die Frage durch eigene Rechnungen für die Programmsterne verfolgt werden, zumal eine Abschätzung der Häufigkeit auch dieses Elementes vom nuklear – synthetischen Standpunkt aus interessant erscheint.

5.2. Kohlenstoff

5.2.1. Das Modellatom zur Berechnung der C IV Linien

Die Spektren zeigen eine Vielzahl von C IV – Linien, die überwiegend von den verschiedenen Drehimpulszuständen mit den Hauptquantenzahlen $n=5$ und 6 ausgehen; die entsprechenden Endzustände der Übergänge gehören zu $n=6$ bzw. 8 . Ein Blick auf das Termschema des C^{3+} macht deutlich, daß es notwendig ist, zur ausreichend genauen Formulierung des statistischen Gleichgewichts eine Vielzahl von weiteren Zuständen im non – LTE zu behandeln. Das Termschema der non – LTE – Zustände des verwendeten Modellatoms zeigt Abbildung (5.1). Neben dem dreifach ionisierten Kohlenstoff werden auch die Ionisationsstufen C^{2+} und C^{4+} berücksichtigt, um die Gesamtzahl aller Kohlenstoffatome korrekt zu erfassen. Weitergehende Ionisation zu C^{5+} ist erst bei Temperaturen von etwa 4×10^5 K zu erwarten, die allenfalls in den innersten Schichten des finalen Modells für NGC 246 erreicht werden. Fast ebenso hohe Temperaturen sind notwendig, um angeregte Zustände des C^{4+} und das Quartettsystem von C^{3+} zu besetzen; diese Zustände wurden daher nicht in das Modellatom aufgenommen. Aus der Tatsache, daß der energetisch niedrigste Zustand des Quartettsystems von C^{3+} immer noch weit über der Ionisationsenergie des Dublettsystems liegt, folgt, daß die dielektronische Rekombination ohne Bedeutung ist.

Zusätzlich zu den in Abbildung (5.1) gezeigten non – LTE – Zuständen werden weitere Niveaus mit LTE – Besetzungszahlen bei der Teilchenzahldefinition von Kohlenstoff berücksichtigt. Es sind dies die C^{2+} – Zustände des Singulett – und des Triplettsystems mit den Elektronenkonfigurationen $1s^2 2s\ n l$ und $1s^2 2p\ n l$ ($3 \leq n \leq 10$, $0 \leq l \leq n - 1$) und die C^{3+} – Zustände des Dublettsystems mit Hauptquantenzahlen von sechzehn bis zwanzig.

Bei dem Termschema des C^{3+} finden bis zur Hauptquantenzahl $n=6$ einschließlich die verschiedenen Drehimpulszustände individuell Berücksichtigung, ihre Energien (und auch die der C^{2+} – Zustände) sind den Tabellen von Moore (1970) entnommen. Für $n \geq 7$ werden die Niveaus gleicher Hauptquantenzahl zu hydrogenischen Zuständen zusammengefaßt.

Die bei der Berechnung der Besetzungszahlen linearisierten Übergänge sind ebenfalls in Abbildung (5.1) dargestellt. Zusätzlich werden in die Ratengleichungen

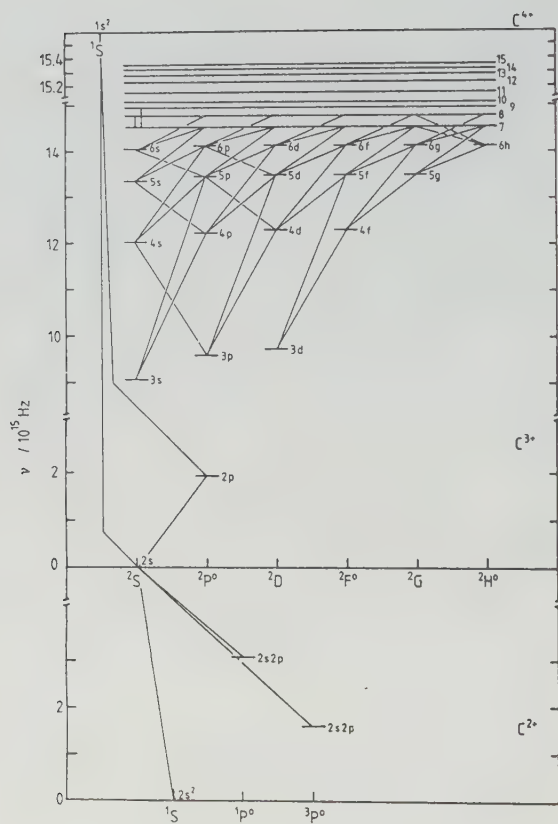


Abbildung 5.1 : Termschema der non-LTE-Zustände des Kohlenstoffs zur Berechnung der C IV-Linien. Linearisierte Übergänge sind ebenfalls eingezeichnet.

auch alle anderen, nicht linearisierten Photoionisationsübergänge mit Ratenintegralen, die aus den vorhergehenden Lambda-Iterationen stammen, aufgenommen. Von den Resonanzlinien wird nur der beobachtete Übergang $2s-2p$ berechnet, da diese Übergänge in den Entstehungstiefen der optischen Linien noch optisch dick sind und das statistische Gleichgewicht daher nicht beeinflussen.

C^3+ ist ein Ein-Elektronensystem mit der Grundzustandskonfiguration $1s^2 2s$ und deshalb relativ einfach zu behandeln. Insbesondere läßt es sich gut mit der Quantendefektmethode beschreiben: Die Quantendefekte der s , p und d -Drehimpulszustände sind klein und variieren langsam mit der Hauptquantenzahl, für Drehimpulsquantenzahlen $l \geq 3$ verschwinden sie gänzlich. Ein Teil der benötigten Daten kann daher mit dieser Methode einfach und in guter Genauigkeit berechnet werden. Auch für hydrogenische Ionen berechnete Daten sind in guter Näherung anwendbar. Für die meisten Anregungsstoßraten optisch verbotener Übergänge waren allerdings Daten weder vorhanden noch berechenbar. In diesen Fällen wurden die Raten aus der Gleichung

$$C_{ij} = 8.631 \times 10^{-6} \cdot g_i^{-1} T^{-1/2} n_e \exp(-U_0) \cdot \gamma \quad (5.1)$$

$$U_0 = |E_i - E_j|/kT$$

berechnet, wobei für die "collision strength" γ die im allgemeinen nicht zu schlechte Annahme $\gamma = 1$ gemacht wurde. Die Stoßraten optisch erlaubter Übergänge $n \rightarrow n'$ zwischen Zuständen verschiedener Hauptquantenzahlen wurden bis $n = 12$ nach der Arbeit von Percival & Richards (1978) als hydrogenisch berechnet, während für $n = 13, 14$ und für die erlaubten Übergänge $nl \rightarrow n(l \pm 1)$ die Formel von van Regemorter (1962)

$$C_{ij} = 5.465 \times 10^{-11} \cdot T^{-1/2} n_e [14.5 f_{ij} U_H / U_0] \exp(-U_0) \cdot \Gamma \quad (5.2)$$

$$\Gamma = \max[\bar{g}, 0.276 \exp(U_0) E_1(U_0)]$$

benutzt wurde. $E_1(x)$ bezeichnet dabei das erste Exponentialintegral und $U_H = 13.6 \text{ eV}/kT$. $\bar{g}$ ist gleich 0.2, wenn sich beim Übergang die Hauptquantenzahl ändert, und sonst $0.7 \cdot f_{ij}$ ist die Oszillatorenstärke.

Für die Stoßraten innerhalb der fünf energetisch niedrigsten Zustände, Hauptquantenzahlen $n = 2$ und $n = 3$, wurden die Daten von Cochrane & McWirth

(1983) herangezogen, die Anregungsstoßraten der C^{2+} - Zustände stammen von Dufton *et al.* (1978).

Genaue Berechnungen der Ionisationsstoßraten durch Jakubowicz & Moores (1981) zeigen, daß diese durch die Daten von Golden & Sampson (1980) und Clark & Sampson (1984) gut reproduziert werden, die auf hydrogenischen Wirkungsquerschnitten für unendliche Kernladung - berechnet in der Coulomb - Born - Oppenheimer - Näherung - basieren, und die auf die aktuelle Kernladung skaliert werden. Da für die Golden & Sampson (1980)- und Clark & Sampson (1984)-Daten gut benutzbare Anpassungsformeln existieren, wurden sie zur Berechnung der Ionisationsstoßraten aller C^{3+} - Zustände bis zur Hauptquantenzahl $n=6$ sowie für die C^{2+} - Zustände benutzt. Für $n = 7, 8$ und 9 in C^{3+} wurden die Anpassungen von Mihalas (1967) an die Daten von Percival (1966) verwendet, die natürlich auf die Rumpfladung des C^{3+} - Ions skaliert wurden. Bei allen Zuständen $n \geq 10$ schließlich wurde die Faustformel von Seaton (1962) benutzt :

$$C_{ij} = 1.55 \times 10^{13} \sigma_0 \bar{g} n_e T^{-1/2} \exp(-U_0)/U_0 \quad (5.3)$$

σ_0 ist der Photoionisationsquerschnitt an der Absorptionskante, $\bar{g}$ hängt von der Ionenrumpfladung Z ab : $\bar{g} = 0.1/0.2/0.3$ für $Z = 1/2 \geq 3$.

Die Oszillatorenstärke der C III - Resonanzlinie wurde von J.Drew berechnet (unveröffentlicht) und der Arbeit von Butler (1984) entnommen, der Wert für die C IV - Resonanzlinie stammt von Morton & Hayden - Smith (1973). Für alle anderen optisch erlaubten C IV - Linien $n l \rightarrow n' l'$ mit $n, n' \leq 7$ wurden f - Werte, die mit Hilfe der Quantendefektheorie berechnet worden waren, von K.Butler zur Verfügung gestellt. Bei Übergängen zu dem hydrogenischen Zustand $n = 7$ mußten die Linienstärken zu den Drehimpulszuständen $l' = l \pm 1$ addiert werden. Für alle Übergänge, an denen Niveaus mit $n \geq 8$ beteiligt sind, wurden hydrogenische Oszillatorenstärken von Wiese, Smith & Glennon (1966) benutzt. Wenn das untere Niveau eines solchen Übergangs ein individueller Drehimpulszustand ist, muß die Oszillatorenstärke gemäß dem statistischen Gewicht dieses Zustands mit $(2l+1)/(2n^2)$ multipliziert werden.

Photoionisationsraten für $C^{2+} 2s^2 1S$, $2s2p^3P$ und $C^{3+} 2s^2S$ stammen von Drew & Storey (1982), für $C^{2+} 2s2p^1P$ und $C^{3+} 2p^2P$ von Hidalgo (1969). Quantendefektrechnungen von Butler (1985, private Mitteilung) lieferten Daten für die C^{3+} - Zustände nl mit $n \leq 6$, $l \leq 2$. Für alle anderen Zustände wurden skalierte hydrogenische Querschnitte benutzt.

Während der Berechnung der Besetzungszahlen durch das Programm DETAIL wird die Feinstrukturaufspaltung der Zustände und Übergänge nicht berücksichtigt. Bei der schließlichen Berechnung des emergenten Flußes durch das SURFACE - Programm allerdings werden die Multiplettkomponenten individuell berechnet, wobei Boltzmannverteilung über die Feinstrukturniveaus eines nl - Zustandes angenommen wird (zutreffend für die Temperatur - und Dichteverhältnisse in einer Sternatmosphäre).

Genaue Berechnungen der Verbreiterung der C IV - Linien liegen leider nur von Sahal - Bréchet & Segre (1971) für die Resonanzlinien $\lambda\lambda 1548, 1551 \text{Å}$ vor. Für alle anderen synthetisierten Linien konnte nur Strahlungs - und Stoßdämpfung berücksichtigt werden, wobei über die relevanten Übergangsraten, die oben beschrieben sind, summiert wurde. Das ist zugegebenermaßen eine sehr krude Beschreibung der Druckverbreiterung (die allerdings vergleichbare Resultate liefert wie die Abschätzung von Griem, 1968), und angesichts der mangelnden Übereinstimmung berechneter und beobachteter Profile der starken Linien $\lambda\lambda 4647, 4659 \text{Å}$ insbesondere bei NGC 246 (siehe unten) ist anzunehmen, daß die Verbreiterung damit deutlich unterschätzt wird.

Bei allen Kohlenstoffrechnungen werden die gleichen gebunden - frei - Opazitäten von Wasserstoff und Helium berücksichtigt wie bei der Modellberechnung. Zusätzlich wird auch die HeII $\lambda 4686 \text{Å}$ - Linie wegen des Zusammentreffens mit den starken $n = 6 \rightarrow n' = 8$ - Übergängen des C IV als Hintergrundopazität mitgerechnet.

5.2.2. Kohlenstoffhäufigkeiten

5.2.2.1. LSE 153 : Das Fitdiagramm für die C IV – Linien zeigt Abbildung (5.2). Beim Vergleich der Linienprofile erweisen sich – wie oben angedeutet – die Linien $\lambda\lambda 4647,4659\text{\AA}$ als zu schmal, was angenommenermaßen auf zu ungenaue Verbreiterungsdaten zurückzuführen ist. Ihre Fitlinien wurden daher aufgrund der Zentraleinsenkungen bestimmt. Die UV – Linien $\lambda\lambda 1548,1551\text{\AA}$ sind nur hinsichtlich ihrer Profilform zum Vergleich zwischen Theorie und Beobachtungen geeignet, während die Linieneinsenkung wegen der fehlerhaften Beobachtungsdatenreduktion (siehe Abschnitt 3.2.) nicht verlässlich ist. Die Linie $\lambda 4554\text{\AA}$ ist im Spektrogramm durch den Übergang von einer Echelleordnung auf die nächste affiziert und deshalb in ihrer Stärke unsicher.

Insgesamt ergibt sich ein recht konsistentes Bild hinsichtlich der Kohlenstoffhäufigkeit, die wir zu

$$\log \epsilon_{\text{C}} = -1.75 \pm 0.25$$

bestimmen. Die Mikroturbulenzgeschwindigkeit v_{turb} hat wenig Einfluß auf die Linienstärken, und nur die Tatsache, daß bei zu hohen Werten von v_{turb} einige der berechneten Profile zu breit werden, beschränkt den möglichen Wertebereich auf

$$v_{\text{turb}} \leq 10 \text{ km/sec} .$$

5.2.2.2. LSE 263 : Im CASPEC – Spektrogramm dieses Sternes sind keine C IV – Linien nachweisbar. Abbildung (5.3) zeigt deshalb für die stärksten Übergänge $\lambda\lambda 4647,4659\text{\AA}$ lediglich die Nachweisgrenze an, die immerhin noch solarer Häufigkeit entspricht. Das IUE – Spektrogramm zeigt die Resonanzlinie, für die aber auch das bei LSE 153 Gesagte gilt. Da diese Linie bei LSE 263 keine Absorptionsflügel zeigt, sondern nur einen tiefen Kern, ist es schwierig, hieraus eine Häufigkeit genau festzulegen. Im Zusammenspiel mit der Mikroturbulenz, die das wesentliche Diagnosemittel 'Linienbreite' ebenfalls beeinflusst, ergibt sich ein recht breiter Fehlerstreifen im Fitdiagramm, aus dem wir

$$\log \epsilon_{\text{C}} = -4.0 \pm 0.5$$

ableiten. v_{turb} ist lediglich durch die Breite der UV – Linien nach oben begrenzt :

$$v_{\text{turb}} \leq 15 \text{ km/sec} .$$

5.2.2.3. LSE 259 : Das CASPEC – Spektrogramm zeigt vermutlich wegen der vergleichsweise hohen Rotationsgeschwindigkeit des Sterns und des höheren

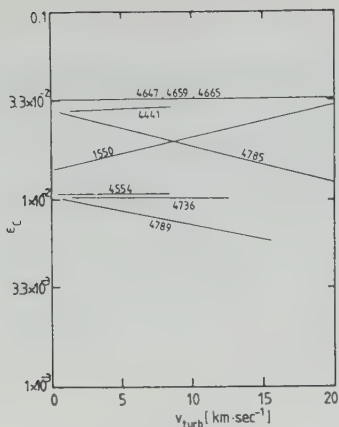


Abbildung 5.2 : Fitkurven der C IV – Linien von LSE 153 im $(\epsilon_C - v_{\text{turb}})$ – Diagramm. Die Kurven sind durch die mittleren Wellenlängen der Multipletts gekennzeichnet.

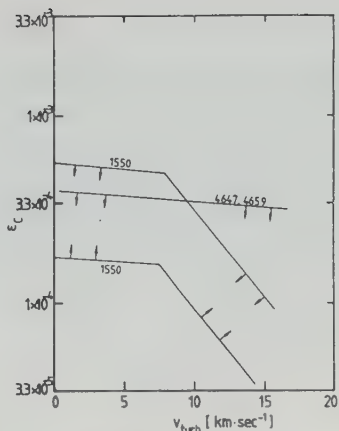


Abbildung 5.3 : Fitkurven der C IV – Linien von LSE 263 im $(\epsilon_C - v_{\text{turb}})$ – Diagramm. Die Kurven sind durch die mittleren Wellenlängen der Multipletts gekennzeichnet. Mit Pfeilen versehene Kurven geben Grenzlinien an, die Pfeile weisen auf das zulässige Gebiet.

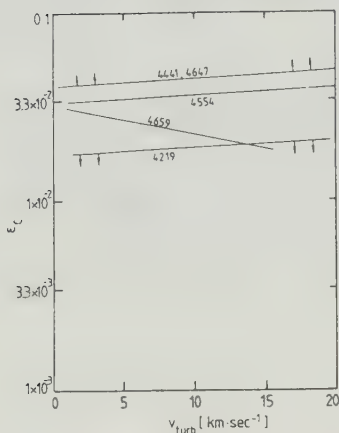


Abbildung 5.4 : Fitkurven der C IV – Linien von LSE 259 im $(\epsilon_C - v_{\text{turb}})$ – Diagramm. Die Kurven sind durch die mittleren Wellenlängen der Multipletts gekennzeichnet. Mit Pfeilen versehene Kurven geben Grenzlinien an, die Pfeile weisen auf das zulässige Gebiet.

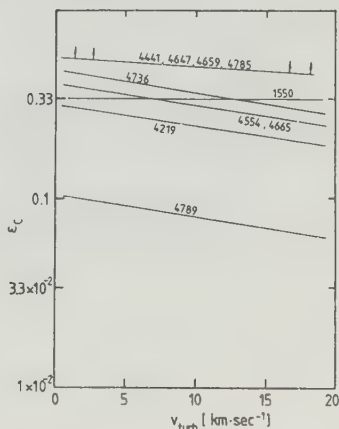


Abbildung 5.5 : Fitkurven der C IV – Linien von NGC 246 im $(\epsilon_C - v_{\text{turb}})$ – Diagramm. Die Kurven sind durch die mittleren Wellenlängen der Multipletts gekennzeichnet. Mit Pfeilen versehene Kurven geben Grenzlinien an, die Pfeile weisen auf das zulässige Gebiet.

Rauschens der Aufnahme nur die stärkeren C IV – Linien. Das Fitdiagramm (5.4) enthält daher nur wenige Kurven. Für C IV $\lambda 4219\text{\AA}$ ist nur eine ungefähre Obergrenze der Kohlenstoffhäufigkeit eingetragen, da die Linie nicht mit Sicherheit nachzuweisen ist. Die Linien $\lambda\lambda 4441, 4647\text{\AA}$ dagegen werden auch bei einer Kohlenstoffhäufigkeit von 3 % (Δ hundertfach übersolar) noch zu schwach berechnet. Da diese beiden Linien aber die in Abschnitt 3.3. erwähnte Verformung der Profile zeigen, erscheint es möglich, daß sie durch den stellaren Wind beeinflusst werden. Aufgrund dieser Unsicherheiten wird der aus Abbildung (5.4) abgeleiteten Kohlenstoffhäufigkeit eine höhere Fehlerbreite zugeordnet. Es ergibt sich :

$$\log \varepsilon_{\text{C}} = -1.6 \pm 0.4$$

Für die Mikroturbulenz kann keine Einschränkung angegeben werden.

5.2.2.4. NGC 246 : Das Fitdiagramm (5.5) zeigt für fünf Multipletts ($\lambda\lambda 1550, 4219, 4554, 4665, 4736\text{\AA}$) ein einheitliches Bild, das durch $\lambda 4789\text{\AA}$ nur wenig gestört wird. Auf der anderen Seite werden aber die Linien $\lambda\lambda 4441, 4785\text{\AA}$ bei der gleichen Häufigkeit zu schwach, $\lambda\lambda 4647, 4659\text{\AA}$ sogar erheblich zu schwach berechnet. Abbildung (5.6) zeigt für $\varepsilon_{\text{C}} = 0.33$ die berechneten Profile im Vergleich mit der Beobachtung. Weder die Breite noch die zentrale Einsenkung der beobachteten Linien, noch der Emissionskern von $\lambda 4659\text{\AA}$ werden reproduziert. Dagegen wird der Übergang $\lambda 4685\text{\AA}$ ($n = 8 \text{ } ^2\text{H}^0, ^2\text{I} \rightarrow n = 6 \text{ } ^2\text{G}, ^2\text{H}^0$) wie beobachtet in Emission berechnet, die allerdings zu schwach ist.

Mehrere Erklärungsmöglichkeiten für diesen Befund sind denkbar.

- "Die Temperaturschichtung der äußeren Atmosphäre ist falsch." Im Abschnitt 4.4.3.4. wurde bereits darauf hingewiesen, daß bei der Modellberechnung bei hohen Temperaturen ($T_{\text{eff}} = 130\,000\text{ K}$) möglicherweise zu wenige Opazitäten berücksichtigt werden. Bei einem Kohlenstoffanteil von 33 % (!) an der Teilchendichte ist klar, daß hier eigentlich Atmosphärenmodelle unter gleichzeitiger Berücksichtigung von Helium und Kohlenstoff benötigt würden, für die aber neue Rechenmethoden zu entwickeln wären. Nimmt man – trotz erheblicher Vorbehalte wegen des großen Temperaturunterschieds – das in Abschnitt 4.2.1.4. erwähnte, von L.S.Anderson berechnete Modell als Beispiel für die eintretenden Effekte, so würde man eine Abkühlung der äußeren Atmosphärenschichten erwarten. Abbildung (5.7) zeigt den Temperaturverlauf des für NGC 246 angenommenen Modells. In diesem Diagramm sind auch die Entstehungstiefen der C IV – Linien eingetragen. Da die Abweichungen vom LTE für die Kohlenstoffbesetzungszahlen relativ gering sind, kann bei einer

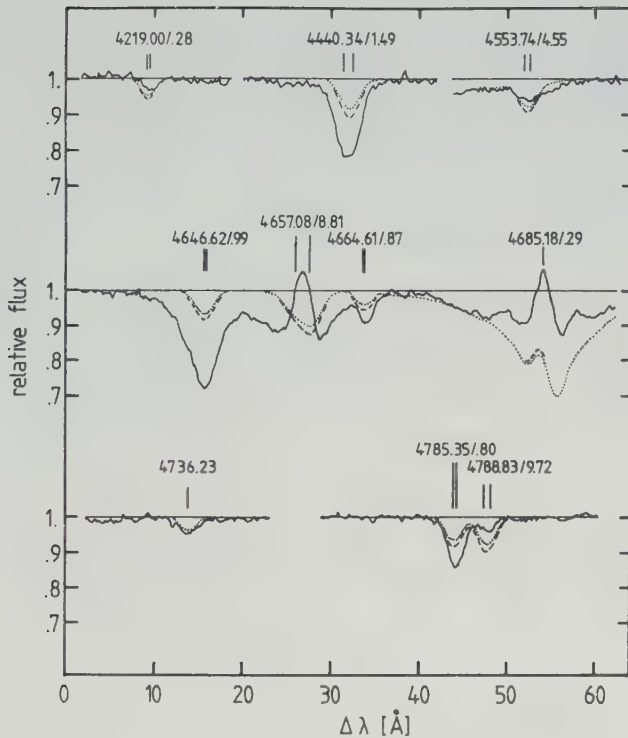


Abbildung 5.6 : Vergleich der beobachteten C IV - Linienprofile von NGC 246 mit dem Modell. Die Kohlenstoffhäufigkeit ist $\epsilon_C = 0.3$, die Mikroturbulenzgeschwindigkeiten sind $v_{\text{turb}} = 0$ (gepunktete Kurve) und 20 km/sec (gestrichelte Kurve).

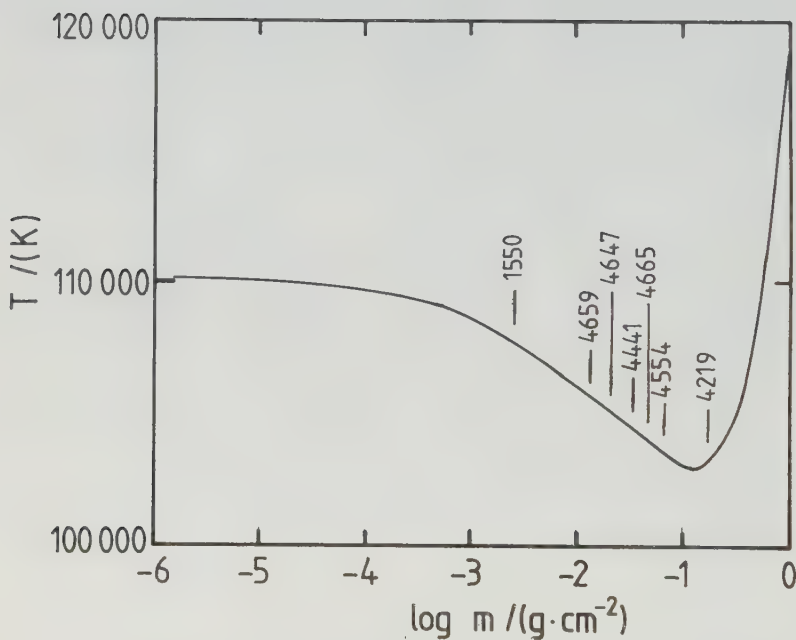


Abbildung 5.7 : Temperaturschichtung des finalen Modells für NGC 246. Eingetragen sind ebenfalls die Entstehungstiefen $m(\tau_v = 2/3)$ der Strahlung in den Kernen der C IV - Linien, gekennzeichnet durch die Wellenlängen der Multipletts.

Senkung der Temperatur eine stärkere Einsenkung gerade der schlecht passenden Linien erwartet werden.

- "Die Resonanzlinien beeinflussen die visuellen Übergänge." Die Resonanzübergänge von den beiden Zuständen der Hauptquantenzahl $n=2$ zu höheren Niveaus werden als optisch dick angenommen und im Kohlenstoffmodellatom nicht berücksichtigt. Abbildung (5.7) zeigt aber, daß bei den für NGC 246 gültigen Temperaturen die Linie $\lambda 1550\text{\AA}$ – mit einer größeren Oszillatorenstärke als die anderen Resonanzlinien – nur wenig außerhalb der visuellen Linien entsteht. Es ist deshalb möglich, daß die Resonanzübergänge die an den visuellen Linien beteiligten Zustände in den entscheidenden Schichten beeinflussen.
- "Die Linienverbreiterung ist falsch." Dieser Punkt wurde schon in Abschnitt 5.2.1. angesprochen, und angesichts der beobachteten Profile von $\lambda\lambda 4647, 4659\text{\AA}$ in NGC 246 kann der aufgestellten Behauptung wohl kaum widersprochen werden. Allerdings wäre nur eine vollkommen empirische Korrektur der entsprechenden Daten möglich.

Eine abschließende Antwort auf diese Fragen konnte im Rahmen der Analyse nicht gesucht werden. Stattdessen wurden die fünf eingangs erwähnten, miteinander konsistenten Linien zur Festlegung der Kohlenstoffhäufigkeit herangezogen, die dann zu

$$\log \epsilon_C = -0.5 + 0.2 / -0.5$$

bestimmt wird. Zur Festlegung der unteren Fehlergrenze wurde die Fitlinie für $\lambda 4789\text{\AA}$ benutzt. Eine obere Fehlergrenze ist schwer festzulegen, es sei denn, man stellt fest, daß ϵ_C nicht größer als eins werden kann. Dann wären allerdings die Heliumlinien nicht mehr sichtbar. Deshalb wurde tentativ ein 1:1 – Verhältnis der beiden Elemente als Obergrenze angenommen. Eine Überprüfung, ob unter diesen Umständen die HeII – Linien bedeutend verändert werden würden, konnte mit den vorhandenen Programmen nicht durchgeführt werden.

Über die Mikroturbulenz in NGC 246 kann keine Aussage gemacht werden.

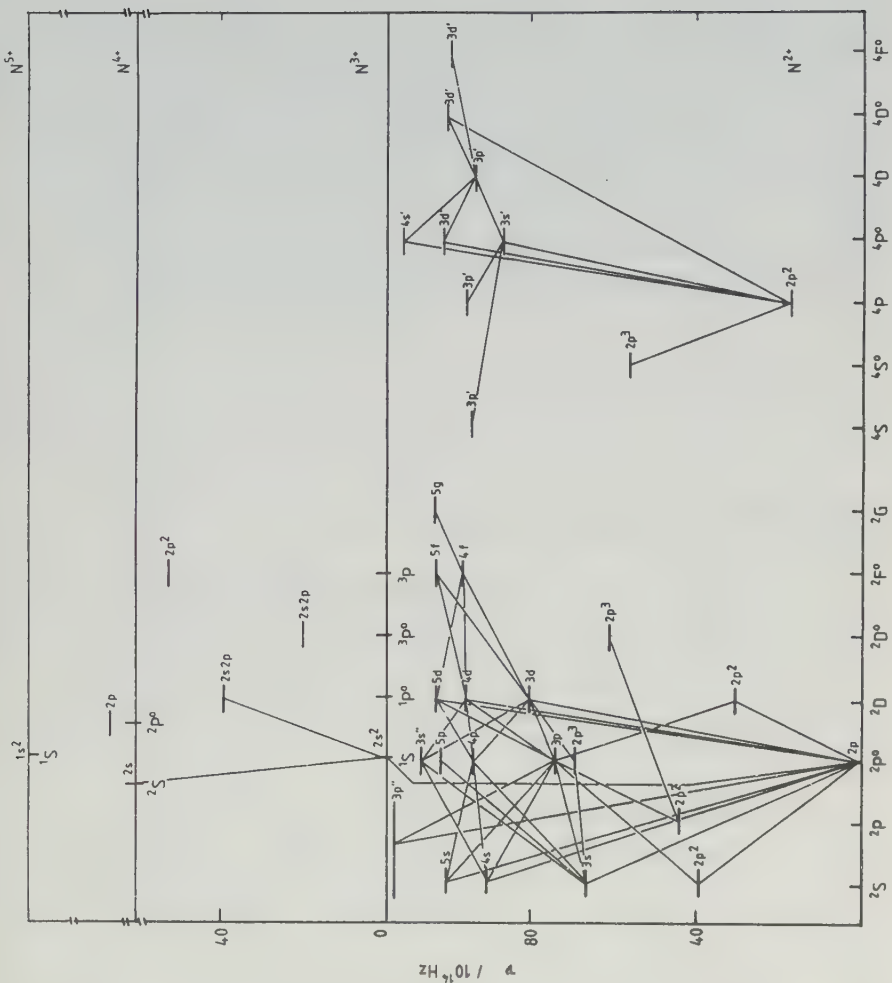
5.3. Stickstoff

5.3.1. Das Modellatom zur Berechnung der N III – Linien

Das Modellatom wurde nahezu ungeändert aus der Arbeit von Butler (1984) übernommen. Gegenüber den früheren Arbeiten von Mihalas & Hummer (1973) und Simon (1979) wurde hier das N^{2+} – Ion wesentlich detaillierter beschrieben und Dublett – und Quartettsystem simultan behandelt. (Eine Verbesserung, die nur möglich war durch Benutzung des Auer & Heasley – Verfahrens zur Berechnung der non LTE *line formation*, siehe Anhang A.) Da in der zitierten Arbeit von K. Butler bereits eine sehr eingehende Beschreibung des Modellatoms gegeben wurde, wird hier auf eine Wiederholung verzichtet, die Abbildung (5.8) zeigt lediglich zur Verdeutlichung das Termschema der non – LTE – Zustände und die linearisierten Übergänge. Die einzige nennenswerte Änderung gegenüber dem Originalzustand ist die Aufnahme der Ionisationsstufe N^{5+} und die Erweiterung der N^{4+} – Beschreibung um das $2p^2P$ – Niveau als non – LTE – Zustand und die LTE – Zustände der Hauptquantenzahlen von drei bis zehn.

Als Hintergrundopazitäten werden wieder die gleichen gebunden – frei – Übergänge von Wasserstoff und Helium berücksichtigt, wie bei der Atmosphärenmodellrechnung. Bei der Ermittlung der beobachtbaren Linienprofile von N III werden zusätzlich die Opazitäten der Linien H I/HeII $\lambda\lambda 4101,4340\text{\AA}$ und HeII $\lambda 4542\text{\AA}$ im Hintergrund berücksichtigt.

Eine besondere Beachtung bei der Berechnung von N III – Modellatomen im non – LTE verdient der Spektralbereich von $228\text{\AA}$ bis $261\text{\AA}$. Die letztgenannte Zahl charakterisiert dabei den Beginn der N III – Absorption durch Photoionisation von Grundzustand, die erstere die Grundzustandsabsorptionskante von HeII, hinter der in der Regel kein nennenswerter Fluß fließt. Das Ionisationsverhältnis N^{2+}/N^{3+} wird daher wesentlich durch das Strahlungsfeld in dem genannten Spektralbereich bestimmt, und zu seiner Bestimmung wäre die Kenntnis der dort auftretenden Opazitäten notwendig. Diese sind aber zum größten Teil durch Linienübergänge aller denkbaren Elemente verursacht, und eine auch nur annähernd realistische Abschätzung ihrer Stärke und spektralen Verteilung ist außerhalb der gegebenen Möglichkeiten. Um ihren Einfluß auf die Stickstoffbesetzungszahlen und die daraus bestimmten Linienprofile abzuschätzen, simulierten Mihalas & Hummer (1973) die zusätzliche Opazität durch eine Ausdehnung der



HeII – Absorption bis zur N III – Kante bei $261 \text{ \AA}$. Sie fanden signifikante Änderungen in den berechneten Linienstärken, was in den nachfolgenden Arbeiten von Simon (1979) und Butler (1984) bestätigt wurde. Sicherlich ist die Annahme einer kontinuierlichen Absorption ein Extremfall, der die mögliche Existenz von Lücken in der Opazitätsverteilung ignoriert. Die N III *line formation* – Rechnungen wurden daher je einmal mit beiden denkbaren Extremfällen – ohne jede zusätzliche Opazität oder mit ausgedehnter HeII – Absorption – für jede Kombination der übrigen Parameter durchgeführt, womit aber nicht garantiert ist, daß die so berechneten N III – Linien den Bereich der Möglichkeiten voll abstecken.

5.3.2. Das Modellatom zur Berechnung der N V – Linien

Dieses Modellatom wurde von K. Butler (1985, unveröffentlicht) zur Stickstoffanalyse solcher Sterne entwickelt, die aufgrund zu hoher Temperaturen keine N III – Linien zeigen oder für die – aus demselben Grund – die korrekte Berechnung des N^{2+} – Ions zweifelhaft ist, und für die vorliegende Analyse zur Verfügung gestellt. Es ist in dieser ersten Version lediglich auf die Berechnung der optischen Linien N V $\lambda\lambda 4603, 4620 \text{ \AA}$ zugeschnitten.

N^{4+} ist isoelektronisch zu C^{3+} , und ein großer Teil des für dieses Kohlenstoffion Gesagten gilt auch hier: hervorragende Anwendbarkeit der Quantendefektheorie, Benutzbarkeit der hydrogenischen Formeln, marginale Bedeutung des Quartettssystems und folglich keine Komplikationen durch dielektronische Rekombination. Im Unterschied zu den optischen C IV – Linien entstehen die beobachtbaren N V – Übergänge zwischen den niedriggelegenen Zuständen des Ions. Der Übergang $2s\ 2S - 2p\ 2P^o$ produziert das im IUE – UV gelegene Resonanzmultiplett bei $1240 \text{ \AA}$, das visuelle Multiplett 1 bei $4603/4620 \text{ \AA}$ entsteht zwischen den Zuständen $3s\ 2S$ und $3p\ 2P^o$. Entsprechend kann der Aufwand bei der *line formation* – Rechnung geringer gehalten werden, wie die Abbildung (5.9) vor allen Dingen in Hinblick auf die Zahl der linearisierten Übergänge zeigt.

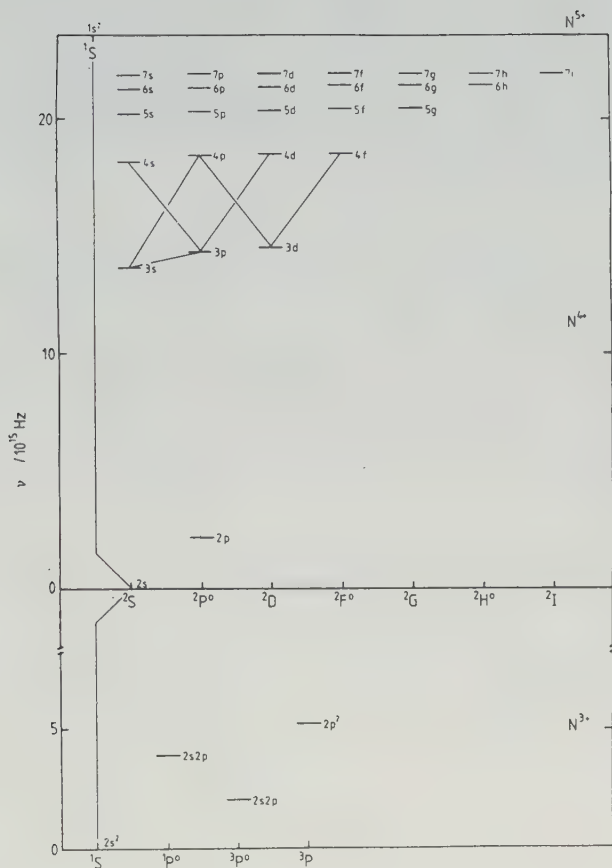


Abbildung 5.9 : Termschema der non-LTE-Zustände des Stickstoffs zur Berechnung der N V-Linien. Linearisierte Übergänge sind ebenfalls eingezeichnet.

Das dreifach geladene Stickstoffion wird hier auf die gleiche Weise modelliert wie in der Arbeit von Butler (1984) über N III. Es wird deshalb an dieser Stelle nicht weiter beschrieben. N^{4+} enthält zusätzlich zu den in Abbildung(5.9) gezeigten non-LTE-Zuständen implizite LTE-Zustände für die Hauptquantenzahlen von $n=8$ bis $n=16$ zur Gewährleistung der Teilchenzahlerhaltung. Alle non-LTE-Zustände von N^{4+} und der N^{5+} -Grundzustand sind vollständig durch radiative Übergänge gekoppelt, von denen die Mehrheit lediglich im Rahmen der Lambda-Iteration gerechnet wird.

Alle zur Berechnung der radiativen Raten notwendigen Daten wurden mit Hilfe der Quantendefektheorie (Seaton, 1983; Peach, 1967) berechnet mit der einzigen Ausnahme der Oszillatorenstärke von des $2s\ ^2S - 2p\ ^2P^o$ -Übergangs, die aus Wiese, Smith & Glennon (1966) entnommen wurde. Für alle optisch erlaubten Stoßübergänge - sowohl zwischen gebundenen Zuständen als auch ins Kontinuum - wurden die Gleichungen (5.3) und (5.2) von Seaton (1962) und van Regemorter (1962) benutzt. Für optisch verbotene Übergänge werden keine Stoßraten berücksichtigen.

Zur Berechnung der Linienverbreiterung wird neben der Strahlungsdämpfung auch Druckverbreiterung nach Griem (1968) berücksichtigt.

Als Hintergrundopazitäten treten wiederum die gebunden-frei-Übergänge von Wasserstoff und Helium auf.

5.3.3. Stickstoffhäufigkeiten

5.3.3.1. LSE 153 : Abbildung (5.10) zeigt die Fitdiagramme der N III- und N V-Linien mit (a) und ohne (b) Zusatzopazität zwischen 228 und 261 Å. Für das Multiplett bei 4330 Å und die Linie $\lambda 4379\text{Å}$ ist der Nachweis im Spektrogramm unsicher. Das Of-Multiplett bei $\lambda 4640\text{Å}$ wird bei mehr als zehnfach

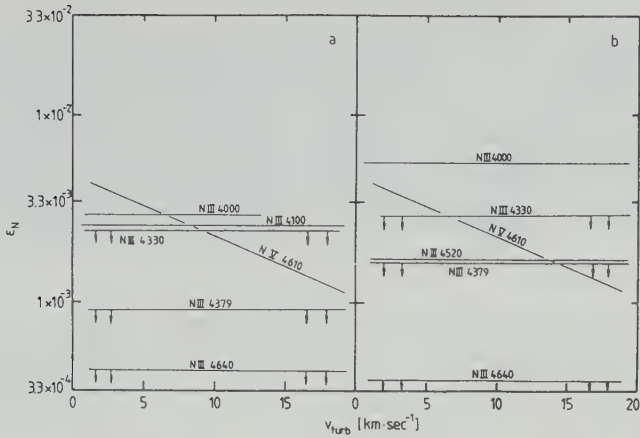


Abbildung 5.10: Fitkurven der N III- und N V-Linien von LSE 153 im $(\epsilon_N - v_{\text{turb}})$ -Diagramm. Die Kurven sind durch die mittleren Wellenlängen der Multipletts gekennzeichnet. Mit Pfeilen versehene Kurven geben Grenzlinien an, die Pfeile weisen auf das zulässige Gebiet. **a:** Mit Zusatzopazität im Bereich 228–261 Å. **b:** Ohne Zusatzopazität.

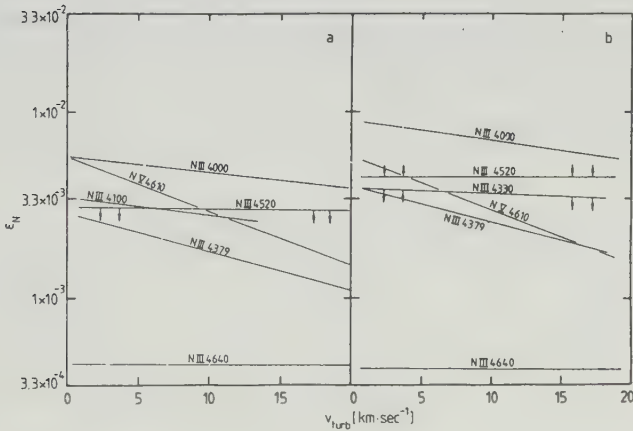


Abbildung 5.11: Fitkurven der N III- und N V-Linien von LSE 263 im $(\epsilon_N - v_{\text{turb}})$ -Diagramm. Die Kurven sind durch die mittleren Wellenlängen der Multipletts gekennzeichnet. Mit Pfeilen versehene Kurven geben Grenzlinien an, die Pfeile weisen auf das zulässige Gebiet. **a:** Mit Zusatzopazität im Bereich 228–261 Å. **b:** Ohne Zusatzopazität.

übersolarer Häufigkeit in starker Emission berechnet, das Spektrogramm weist das Multiplett aber überhaupt nicht auf. Dieses Multiplett verlangt daher eine deutlich niedrigere Stickstoffhäufigkeit als die anderen Linien. Bei Berücksichtigung der Zusatzopazität ist es nicht möglich, den Quartettübergang bei $4520 \text{ \AA}$ wie beobachtet in Emission zu produzieren. Eine gute Anpassung dieser Linien ist aber möglich, wenn man auf zusätzliche Absorption kurzwellig der N III – Kante verzichtet.

Genau das Gegenteil ist richtig für das Multiplett bei $4100 \text{ \AA}$: Hier ist Übereinstimmung mit dem Spektrogramm, das leichte Absorption zeigt, nur zu erzielen, wenn die Zusatzopazität berücksichtigt wird, anderenfalls produziert die Rechnung Emissionen bei allen Stickstoffhäufigkeiten. Die N V – Resonanzlinien können zur Analyse nicht herangezogen werden, da sie offenbar durch Massenverlust beeinflusst sind (siehe Abschnitt 3.2.).

Trotz der Tatsache, daß in beiden Extremfällen bezüglich der Zusatzopazität für jeweils ein Multiplett keine auch nur annähernde Übereinstimmung zu erzielen ist, erweist sich das Gesamtbild doch als relativ schlüssig, sofern anerkannt wird, daß das $\lambda 4640 \text{ \AA}$ – Multiplett bei den hier auftretenden Temperaturen prinzipiell nicht richtig berechnet wird. (Siehe auch Abschnitt 5.3.3.5.) Für die Stickstoffhäufigkeit wird aus Abbildung (5.10) abgeleitet :

$$\log \epsilon_N = -2.5 \pm 0.4$$

Der mögliche Bereich für die Mikroturbulenzgeschwindigkeit kann nicht eingegrenzt werden.

5.3.3.2. LSE 263 : Die Fitdiagramme für diesen Stern zeigt Abbildung (5.11). Es zeigt sich gegenüber LSE 153 ein geschlosseneres Bild, obwohl auch hier einige Ungereimtheiten bleiben. So tritt dasselbe Problem mit dem Of – Multiplett $\lambda 4640 \text{ \AA}$ auf, das sich nur bei vergleichsweise geringen Stickstoffhäufigkeiten in Absorption – wie beobachtet – produzieren läßt. Auch das $\lambda 4100 \text{ \AA}$ – Multiplett wird entgegen der Beobachtung beständig in Emission berechnet, wenn auf die Zusatzopazität verzichtet wird. Der Quartettübergang bei $4520 \text{ \AA}$ wird bei LSE 263 nicht beobachtet (allenfalls schwach in Absorption), so daß hier ein Konflikt zwischen Theorie und Beobachtung nicht auftritt, solange die Häufigkeit ϵ_N den Wert von etwa 3×10^{-3} nicht überschreitet. Die UV – Linien bei $1240 \text{ \AA}$ sind wiederum windbeeinflusst und daher nicht analysierbar.

Es wird schließlich eine Stickstoffhäufigkeit von

$$\log \epsilon_N = -2.35 \pm 0.3$$

aus Abbildung (5.11) bestimmt. Die Mikroturbulenzgeschwindigkeit wird aus der Konvergenz der Fitlinien bei kleinen Werten von v_{turb} zu

$$v_{\text{turb}} \leq 10 \text{ km/sec}$$

abgeschätzt.

5.3.3.3. LSE 259 : Das Spektrogramm dieses Objektes zeigt keine der N III – Linien, aber einige N IV – Linien sowie das N V – Multiplett bei 4603/19 Å. Da N IV nicht analysierbar ist (wegen fehlender Daten), muß also der Versuch gemacht werden, aus einem beobachteten Multiplett und mehreren nicht beobachteten Linien eine Stickstoffhäufigkeit abzuleiten. Wie die Abbildung (5.12) zeigt, kommt man dabei tatsächlich zu einem einigermaßen konsistenten Bild, sofern eine kontinuierliche Zusatzopazität im Bereich 228 – 261 Å angenommen wird. Das wird dadurch möglich, daß mehrere Linien des N III (die Multipletts bei 4100, 4379 und 4640 Å) bei niedrigen Häufigkeiten zunächst in deutlich sichtbarer Stärke berechnet werden (einige in Emission, andere in Absorption), bei wachsender Häufigkeit dann aber an Stärke verlieren und schließlich mit geändertem Vorzeichen wieder auftreten. Wird auf die Zusatzopazität verzichtet, so wachsen die Linienstärken allgemein monoton mit der Häufigkeit, und es lassen sich daher nur einige Obergrenzen für ϵ_N festlegen, die aber im Widerspruch zu der aus dem N V – Multiplett folgenden Stickstoffhäufigkeit stehen.

Die aus der Abbildung (5.12) herzuleitende Favorisierung der kontinuierlichen Opazität steht im Einklang mit der Beobachtung von Massenverlust bei LSE 259. Durch die Expansion der stellaren Hülle – mit Geschwindigkeiten nahe der Schallgeschwindigkeit in Photosphärennähe bis zu typisch 2000 km/sec in großer Entfernung vom Stern – werden die Absorptionsprofile der Metalllinien, die einen Großteil der fraglichen Opazität im extremen UV liefen, durch Dopplereffekt allmählich verschoben, so daß eventuell vorhandene Lücken im Opazitätsprofil dadurch "zugeschmiert" werden. Natürlich findet diese Abschirmung der Strahlung dann erst im stellaren Wind und nicht, wie in den Rechnungen simuliert, in der Photosphäre statt, der Effekt für den Strahlungstransport im N III – Kontinuum dürfte aber ähnlich sein.

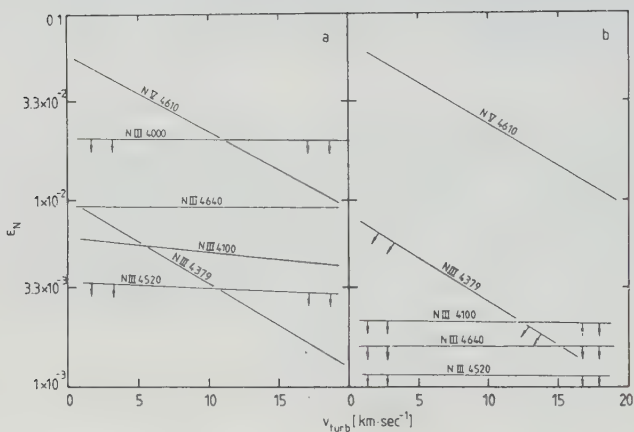


Abbildung 5.12: Fitkurven der N III- und N V-Linien von LSE 259 im $(\epsilon_N - v_{\text{turb}})$ -Diagramm. Die Kurven sind durch die mittleren Wellenlängen der Multipletts gekennzeichnet. Mit Pfeilen versehene Kurven geben Grenzlinien an, die Pfeile weisen auf das zulässige Gebiet. **a:** Mit Zusatzopazität im Bereich 228 – 261 Å. **b:** Ohne Zusatzopazität.

Aus der Abbildung (5.12a) läßt sich mit relativ großer Unsicherheit eine Häufigkeit von

$$\log \epsilon_N = -2 \pm 0.5$$

ablesen. Für die Mikroturbulenzgeschwindigkeit scheint sich ein Wert von 10 km/sec anzudeuten, der allerdings als höchst unsicher gelten muß.

5.3.3.4. NGC 246 : Das CASPEC - Spektrogramm von NGC 246 zeigt keine Stickstofflinien bis zur einer Äquivalentbreite von 20 mÅ. Es scheint daher relativ einfach zu sein, aus diesem Befund wenigstens eine Obergrenze für die Stickstoffhäufigkeit abzuleiten. Es zeigt sich aber, daß die Modellrechnungen für die N V - Linien $\lambda 4603, 4620 \text{ Å}$ lediglich sehr schwache Emissionen an der Grenze der Nachweisbarkeit vorhersagen. Modellrechnungen für noch höhere Häufigkeiten scheiterten an Divergenzproblemen. Berechnungen der N III - Linien wurden für NGC 246 nicht durchgeführt, da bei den hier herrschenden Temperaturen keine aussagefähigen Ergebnisse zu erwarten sind. Es ist deshalb nicht möglich, innerhalb dieser Arbeit irgendeine Eingrenzung des Stickstoffanteils in der Atmosphäre von NGC 246 herzuleiten. Es muß aber hervorgehoben werden, daß trotz des Fehlens jeglicher Hinweise auf Stickstoff dieses Element durchaus in übersolarer Häufigkeit vorhanden sein kann.

5.3.3.5. Bemerkungen zu den N III - Linien : Es sollen in diesem Absatz einige mögliche Gründe aufgezeigt werden, die Ursache für die bei LSE 153 und LSE 263 aufgetretenen Schwierigkeiten mit den N III - Linien, insbesondere den Multipletts bei 4640 und 4100 Å, sein können. Die für Of - Sterne typische Emission des Multipletts $\lambda 4640 \text{ Å}$ wurde ehemals als Indikator für sphärische Ausdehnung und/oder hydrodynamische Effekte in der stellaren Atmosphäre angesehen. Mihalas & Hummer (1973) zeigten aber, daß diese Emission auch in statischen, planparallelen Atmosphärenmodellen produziert werden kann, wenn die dielektronische Rekombination angemessen berücksichtigt wird. Dieser Prozeß führt zu einer Überbevölkerung des Zustands $3d \text{ } ^2D$, dem oberen Niveau des fraglichen Übergangs. Die nachfolgende Emission im Übergang $3d \text{ } ^2D - 3p \text{ } ^2P^\circ$ ($\lambda 4640 \text{ Å}$) sollte dann auch zu einer Emission des Übergangs $3p \text{ } ^2P^\circ - 3s \text{ } ^2S$ ($\lambda 4100 \text{ Å}$) führen, die aber nie beobachtet wird. Es erweist sich, daß bei den bislang untersuchten Sternen mit etwa 40 000 - 50 000 K Effektivtemperatur der $3p \text{ } ^2P^\circ$ - Zustand effektiv durch 2 - Elektronenemission in den $2s2p^2 \text{ } ^2S$ - Zustand entvölkert wird, so daß es zu keiner Besetzungszahleninversion bezüglich $3s \text{ } ^2S$ kommt.

Ausgangspunkt des gesamten Mechanismus bleibt aber die dielektronische Rekombination, die im wesentlichen über den knapp oberhalb der Grundzustandsionisationsenergie liegenden Autoionisationszustand $2p3d\ (^2P^o, ^2D^o, ^2F^o)$ abläuft, der wegen seiner günstigen energetischen Lage bei den im Sternplasma herrschenden Bedingungen ausreichend bevölkert ist. Autoionisationsniveaus führen zu sogenannten "Resonanzen" in den Photoionisationsquerschnitten, die die Berechnung dieser Daten äußerst mühsam machen. Butler (1984) hat in seiner Arbeit sehr viel Mühe auf die korrekte Berechnung der betreffenden Querschnitte durch *close coupling* - Wellenfunktionen verwendet und erhält sehr verlässliche Resultate, er konzentrierte sich dabei aber auf den Bereich niedriger Elektronenentweichgeschwindigkeiten. Der höherenergetische Bereich wurde zur Begrenzung des Rechenaufwands durch weniger genaue Daten dargestellt, die häufig durch die Quantendefektmethode berechnet wurden. Er führte einige Tests durch, ob diese einfacheren Daten in Übereinstimmung mit den akkurateren *close coupling* - Ergebnissen stehen, und kam zu einem positiven Resultat. Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß diese Überprüfung für Plasmatemperaturen durchgeführt wurde, die stellaren Effektivtemperaturen von 30 000 bis 55 000 K entsprechen. Da die in dieser Arbeit deduzierten Temperaturen aber deutlich über diesen Werten liegen, besteht die Möglichkeit, daß die nun wichtigeren Photoionisationsquerschnitte höherer Energien die Photoionisations- und Rekombinationsraten verfälschen. Im Zusammenhang mit dem $\lambda 4640\text{\AA}$ - Multiplett sind dabei hauptsächlich die Querschnitte für die Zustände $2p\ ^2P^o$ und $3d\ ^2D$ suspekt, die - wie von Butler (1984) dargelegt - für die aktuelle Stärke der $\lambda 4640\text{\AA}$ - Emission bedeutsam sind. Es kann also vermutet werden, daß durch ungenau bestimmte Photoionisationsquerschnitte zu viele Rekombinationen in den $3d\ ^2D$ - Zustand stattfinden, die das Of - Multiplett - und in einigen Fällen auch das in der Kaskade folgende Multiplett $\lambda 4100\text{\AA}$ - entgegen der Beobachtung in Emission bringen.

Eine völlig offene Frage ist auch, wie die im Stickstoffmodellatom ablaufenden Prozesse von den Details des Strahlungsfeldes im Bereich 228 - 261 $\text{\AA}$ abhängen. Bereits im Abschnitt 5.3.1. wurde darauf hingewiesen, daß diese Struktur vollständig unbekannt ist, und daß die Extremfälle verschwindender und kontinuierlicher Absorption die Vielzahl von denkbaren Effekten in den N III - Linien keinesfalls eingrenzen können.

Bei der prekären Abhängigkeit der Emissionslinieneffekte von den – sicherlich nur unvollständig – angedeuteten Unsicherheiten wurde deshalb den betreffenden Multipletts generell geringes Gewicht bei der Bestimmung der Stickstoffhäufigkeit zugemessen.

5.4. Magnesium

5.4.1. Das Modellatom zur Berechnung der MgII – Linien

Dieses Modellatom wurde ungeändert aus der Arbeit von Mihalas (1972b) übernommen. Auf eine Beschreibung wird deshalb hier verzichtet, Abbildung (5.13) zeigt zum Überblick lediglich das Termschema der non – LTE – Zustände und die linearisierten Übergänge.

Da Mihalas (1972b) dieses Modellatom zur Berechnung der MgII – Linien in Sternen der Spektraltypen B5 bis O6 (entsprechend $T_{\text{eff}} = 15\,000 \dots 40\,000\text{ K}$) benutzte, war bei der Übernahme allerdings zu klären, ob mit Mg^{3+} als höchster Ionisationsstufe in unseren heißeren Modellen die Teilchenzahlerhaltung noch gewährleistet ist. Überschlägige Rechnungen mittels der Sahagleichung zeigten, daß bei LSE 259 durch Außerachtlassung von Mg^{4+} die Teilchenzahldefinition in den linienformenden Atmosphärenschichten um weniger als 5 % beeinflusst wird. Im non – LTE – Fall wird das $\text{Mg}^{3+}/\text{Mg}^{4+}$ – Gleichgewicht durch die Quellfunktion des HeII – Lymankontinuums bestimmt; da der He^+ – Grundzustand in diesen Tiefen aber kaum vom LTE abweicht, sind signifikante non – LTE – Korrekturen dieser Abschätzung nicht zu erwarten. Am inneren Atmosphärenrand allerdings wären bedeutende Mg^{4+} – Besetzungszahlen zu erwarten, der dort gemachte Fehler wird sich in den entscheidenden Tiefen jedoch nicht auswirken.

Da LSE 153 und LSE 263 niedrigere Temperaturen und höhere Dichten als LSE 259 aufweisen, gilt die angestellte Betrachtung auch für sie. Im Falle von NGC 246 ist das verwendete Modellatom mit Sicherheit zu beschränkt. Da ohnehin bei den dort anzutreffenden Temperaturen keine MgII – Linien mehr zu erwarten sind, wurde auf Magnesiumrechnungen bei diesem Stern verzichtet.

Da nur eine einzige beobachtete und damit analysierbare Linie, MgII $\lambda 4481\text{Å}$ des Übergangs $\text{Mg}^+ 3d\ ^2D - 4f\ ^2F^o$ vorhanden ist, muß die Ungenauigkeit der abgeleiteten Magnesiumhäufigkeiten (oder deren Obergrenzen) mit einem Unsicherheitsfaktor von drei recht konservativ angenommen werden. Die Erstellung von Fitdiagrammen ist bei nur einer Linie natürlich nicht sinnvoll, im Folgenden werden daher direkt die Profile verglichen.

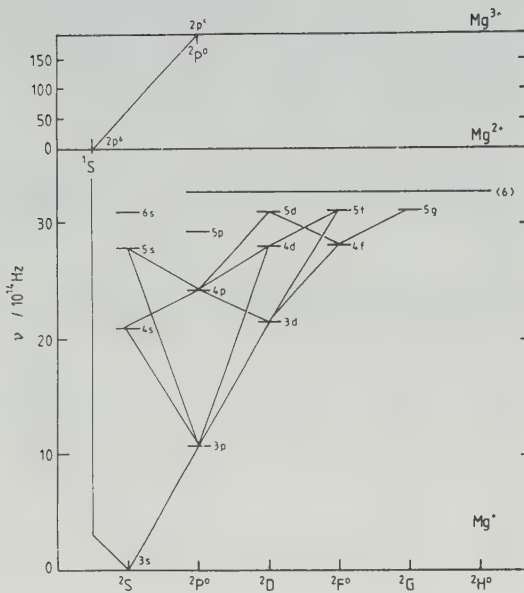


Abbildung 5.13 : Termschema der non - LTE - Zustände des Magnesiums zur Berechnung der MgII - Linien. Linearisierte Strahlungsübergänge sind ebenfalls eingezeichnet.

5.4.2. Magnesiumhäufigkeiten

5.4.2.1. LSE 153 : Die Abbildung (5.14) vergleicht die für Häufigkeiten $\epsilon_{\text{Mg}} = 3 \times 10^{-4}$ und 9×10^{-4} berechneten Profile mit dem CASPEC – Spektrogramm.

Daraus wird eine Magnesiumhäufigkeit von

$$\log \epsilon_{\text{Mg}} = -3.3 \pm 0.5$$

abgeleitet. Die Mikroturbulenz ist ohne Einfluß auf die Linienstärke.

5.4.2.2. LSE 263 : Im CASPEC – Spektrogramm dieses Sterns kann die MgII – Linie nicht nachgewiesen werden. Aus Abbildung (5.14) folgt daher die Obergrenze von

$$\log \epsilon_{\text{Mg}} = -3.5 \pm 0.5$$

Sie ist unabhängig vom angenommenen Wert der Mikroturbulenzgeschwindigkeit.

5.4.2.3. LSE 259 : Die Identifizierung der MgII – Linie in dem CASPEC – Spektrogramm von LSE 259 ist etwas fragwürdig. Unter der Annahme ihrer Korrektheit leitet sich aus Abbildung (5.14) eine Magnesiumhäufigkeit von

$$\log \epsilon_{\text{Mg}} = -2.5 \pm 0.5$$

ab. Die Mikroturbulenz spielt wiederum keine Rolle.

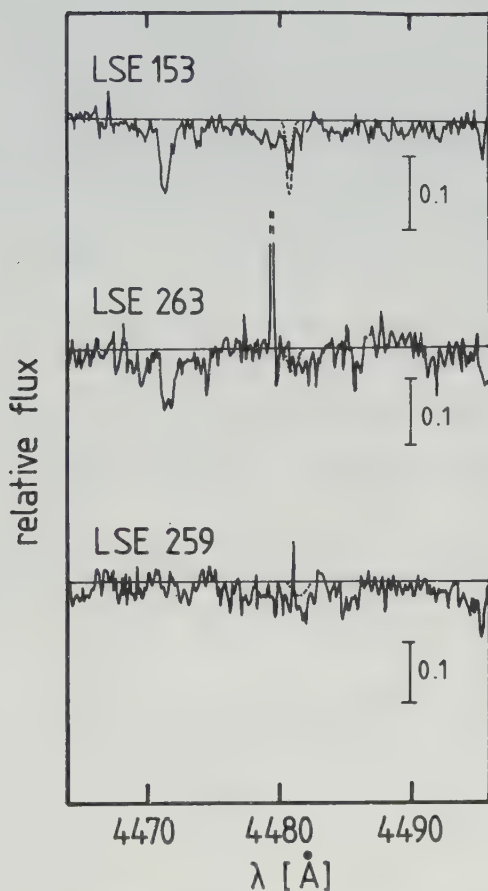


Abbildung 5.14 : Vergleich der beobachteten und berechneten MgII - Linien. Bei LSE 153 sind die theoretischen Profile für $\epsilon_{\text{Mg}} = 3 \cdot 10^{-4}$ (gepunktet) und $9 \cdot 10^{-4}$ (gestrichelt) eingetragen, bei LSE 263 ist das Profil für $\epsilon_{\text{Mg}} = 3 \cdot 10^{-4}$ und bei LSE 259 für $\epsilon_{\text{Mg}} = 3 \cdot 10^{-3}$ eingezeichnet. Die Striche rechts geben 10 % der Kontinuumshöhe an.

6. Bestimmung der abgeleiteten Größen

Es geht in diesem Kapitel um Leuchtkräfte L , Massen M , Radien R und Entfernungen d der Sterne, die nicht direkt dem Spektrum zu entnehmen sind und daher aus den primären spektroskopischen Größen Effektivtemperatur T_{eff} und Oberflächenschwerebeschleunigung g und weiteren Informationen abgeleitet werden müssen. Dabei bestehen folgende einfache, aus den Definitionen von T_{eff} und g herzuleitende Beziehungen :

$$(L/L_{\odot}) = (R/R_{\odot})^2 \cdot (T_{\text{eff}}/T_{\text{eff},\odot})^4 \quad (6.1)$$

$$(g/g_{\odot}) = (M/M_{\odot}) (R/R_{\odot})^{-2} \quad (6.2)$$

Zusätzlich gilt mit der scheinbaren Magnitude m_V :

$$\log d = 0.2(m_V - A_V - BC) + 0.5 \log(L/L_{\odot}) + 0.056 \quad (6.3)$$

wobei die Entfernung d in *parsec* zu messen ist. Die bolometrische Korrektur BC läßt sich bei gegebener Modellatmosphäre durch Integration des Flußes berechnen, die interstellare Extinktion A_V wird aus dem Farbindex durch $A_V = 3.1 E_{B-V}$ ermittelt.

Offensichtlich fehlt eine weitere Gleichung, um alle unbekannten Größen zu bestimmen. Eine der Unbekannten muß daher vorgegeben werden. Der Versuch, mit den in Kapitel 2. zitierten Entfernungen zu beginnen, führt allerdings zur Bestimmung äußerst unwahrscheinlichen Massen der Objekte. Danach bekämen LSE 153, LSE 263 und LSE 259 jeweils eine Masse von $0.03 M_{\odot}$, NGC 246 immerhin $0.15 M_{\odot}$. Es wurde aber schon in Kapitel 2 dargelegt, daß die Literaturwerte für die Entfernungen dieser Sterne sehr unsicher sind. Es erscheint deshalb sinnvoller, eine aus Entwicklungsrechnungen abgeschätzte Sternmasse zugrunde zu legen, und aus ihr die Entfernung sowie die anderen Parameter abzuleiten. Im Vorgriff auf das Kapitel 8 haben wir dazu Testmassen von 0.6, 0.8 und $1 M_{\odot}$ für jeden Stern angenommen. Die sich daraus ergebenden Werte von Leuchtkraft, Radius und Entfernung sowie bolometrischer Helligkeit

$$M_{\text{bol}} = -2.5 \log L/L_{\odot} + 4.72 \quad , \quad (6.4)$$

absoluter visueller Helligkeit

$$M_V = M_{bol} + BC \quad (6.5)$$

und dem vertikalen Abstand z von der galaktischen Scheibe sind in Tabelle (6.1) aufgeführt. Die abgeleiteten Entfernungen sind um ein Vielfaches größer als die Literaturwerte, mit den gemessenen Verfärbungen E_{B-V} jedoch durchaus verträglich, wie ein kritischer Vergleich mit den Abbildungen 3 und 5 – 8 von FitzGerald (1968) und Abbildung 3 von Lucke (1978) zeigt.

Da in den CASPEC – Spektrogrammen von LSE 153, LSE 263 und LSE 259 die interstellaren CaII – Absorptionslinien auftreten (mit Äquivalentbreiten von jeweils 0.07, 0.08 und 0.33 Å für die $\lambda 3933\text{Å}$ – Linie), wurde versucht, aus der Beziehung $d[\text{kpc}] = 3 \cdot W(\text{CaII} \lambda 3933\text{Å})[\text{Å}]$ (Allen, 1973) eine weitere Entfernungsbestimmung durchzuführen. Es ergeben sich Werte von etwa 220 pc für LSE 153 und LSE 263 sowie 1 kpc für LSE 259, die vergleichbar mit den von Schönberger & Drilling (1984) bestimmten Entfernungen sind. Die Anwendbarkeit aller Entfernungsbestimmungen mit Hilfe der interstellaren Absorption – sei es durch Staub oder durch Gas – muß aber für diese Objekte grundsätzlich bezweifelt werden, da sie selbst bei den geringen Entfernungswerten von Schönberger und Drilling einen Abstand von 70 bis 100 pc von der galaktischen Scheibe haben und damit am Rande der Staub – und Gasschicht stehen, die die interstellare Absorption verursacht. Bei vergrößerter Entfernung ist daher kein nennenswertes Anwachsen dieser Extinktion mehr zu erwarten. Hinzu kommt, daß aufgrund der inhomogenen Struktur der interstellaren Materie diese Methoden nur im statistischen Sinne anwendbar sind, für Einzelsterne dagegen sehr große Fehler liefern können (erkennbar zum Beispiel in der Abbildung 3 von FitzGerald, 1968). Im Falle der CaII – Linien ist zusätzlich zu beachten, daß der Anteil von Calcium im interstellaren Gas räumlich nicht konstant zu sein scheint (Hobbs, 1974).

Schließlich soll noch die Dicke der Atmosphärenschicht – die sich als geometrischer Abstand der Säulenmassen $\log m = -6.5$ und 2.4 ergibt – verglichen werden mit den stellaren Radien aus Tabelle (6.1). Für das maximale Verhältnis $\Delta R/R$ ergibt sich bei LSE 153 der Wert 0.07, bei LSE 263 0.05 und bei NGC 246 0.045. Damit sind nach Gruschinske & Kudritzki (1979) Effekte sphärischer Geometrie in der Modellberechnung nicht zu erwarten. Dagegen findet man bei LSE 259 $\Delta R/R = 0.3$ in Übereinstimmung mit der niedrigen effektiven Schwere-

beschleunigung (d.h. abzüglich der Strahlungsbeschleunigung) dieses Sternes. Seine äußere Atmosphäre ist daher durch sphärische Ausdehnung im Zusammenwirken mit durch Massenverlust verursachten Geschwindigkeitsfeldern geprägt, so daß wie früher erwähnt sehr starke, weit außen entstehende Strahlungsübergänge von unseren statischen, plan - parallelen Atmosphärenmodellen nicht zutreffend zu beschreiben sein mögen. Bei der Ableitung von Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung (Abschnitt 4.4.3.3.) wurden deshalb im wesentlichen die noch dicht am Kontinuum entstehenden Dämpfungsflügel als Diagnosemittel benutzt.

Tabelle (6.1) : Abgeleitete Sternparameter

	LSE 153	LSE 263	LSE 259	NGC 246
$T_{\text{eff}}/T_{\text{eff},\odot}$	12.1	12.1	13.0	22.5
BC	5.5	5.5	5.7	7.3
$g/g_{\odot}$	2.05	2.90	0.92	18.3
$(L/L_{\odot})(R/R_{\odot})^{-2}$	2.14(4) ^a	2.14(4)	2.86(4)	2.56(5)
$(L/L_{\odot})(M/M_{\odot})^{-1}$	1.04(4)	7.38(3)	3.11(4)	1.40(4)
M = .6M _⊙ :	L/L _⊙	6.24(3)	4.43(3)	1.87(4)
	R/R _⊙	0.54	0.45	0.81
	d[kpc]	1.17	1.70	1.94
	z[kpc]	0.32	-0.66	-0.27
	M _{bol}	-4.8	-4.4	-6.0
	M _V	0.7	1.1	-0.3
				2.2
M = .8M _⊙ :	L/L _⊙	8.32(3)	5.90(3)	2.49(4)
	R/R _⊙	0.62	0.53	0.93
	d[kpc]	1.35	1.97	2.24
	z[kpc]	0.37	-0.77	-0.31
	M _{bol}	-5.1	-4.7	-6.3
	M _V	0.4	0.8	-0.6
M = 1M _⊙ :	L/L _⊙	1.04(4)	7.38(3)	3.11(4)
	R/R _⊙	0.70	0.59	1.04
	d[kpc]	1.51	2.20	2.50
	z[kpc]	0.42	-0.86	-0.35
	M _{bol}	-5.3	-5.0	-6.5
	M _V	0.2	0.5	-0.8

a: Die Schreibweise a(b) bedeutet a·10^b

Solare Parameter :

(nach Allen, 1973)

$T_{\text{eff},\odot} = 5770 \text{ K}$

$g_{\odot} = 2.7398(4) \text{ cm/sec}^{-2}$

$L_{\odot} = 3.826(33) \text{ erg/sec}$

$R_{\odot} = 6.9599(10) \text{ cm}$

$M_{\odot} = 1.989(33) \text{ g}$

7. Vergleich mit anderen Analysen

7.1. Frühere Analysen der Programmsterne

Die bisher veröffentlichten Daten der untersuchten Sterne wurden bereits in den Tabellen (2.1) und (2.2) zusammengefaßt. Die vorliegende Analyse plaziert die LSE – Objekte in etwa den gleichen Temperaturbereich wie die Arbeit von Schönberner & Drilling (1984), obwohl ihre Einzelergebnisse in jedem Fall außerhalb der in Abschnitt 4.4.3. abgeleiteten Fehlergrenzen der eigenen Resultate liegen. Angesichts der in Kapitel 2 diskutierten Unsicherheiten der von Schönberner und Drilling benutzten Methode zur Temperaturbestimmung wird das nicht als Widerspruch empfunden. Bemerkenswert ist jedoch bei dem Vergleich, daß auch die hier abgeleitete Tendenz – LSE 259 heißer als LSE 153 – von den alten Resultaten nicht gezeigt wird : Nach Schönberner & Drilling (1984) ist LSE 259 um 30 % kühler als LSE 153. Dieser Widerspruch kann möglicherweise erklärt werden durch die im SWP – Spektrogramm von LSE 259 sichtbaren P Cygni – Profile, von denen vor allem die $N\ V\ \lambda 1240\text{\AA}$ – Linie, am kurzwelligen Ende des Integrationsbereiches für den R – Index gelegen, viel Fluß blockieren und so einen geringeren Flußgradienten vorspiegeln kann.

Deutlich höher als die früheren Ergebnisse fallen die in Kapitel 6 abgeleiteten Leuchtkräfte und absoluten visuellen Helligkeiten aus. Dies ist begründet durch Annahme wesentlich größerer Entfernungen in dieser Arbeit. (Es wurde bereits in Kapitel 6 gesagt, daß die Entfernungsbestimmungen von Schönberner & Drilling (1984) bei den gegebenen Werten von T_{eff} und $\log g$ zu unsinnig kleinen Sternmassen führen.)

Die für NGC 246 abgeleitete Effektivtemperatur liegt innerhalb des von Heap (1975) angegebenen Bereichs. Dagegen wird – aus dem gleichen Grund wie für die LSE – Objekte – die Leuchtkraft wesentlich höher bestimmt. Auch hier mußte der Literaturwert für die Entfernung verworfen werden, weil daraus eine zu kleine stellare Masse folgt.

7.2. Analysen anderer extremer Heliumsterne

Feinanalysen extrem heliumreicher sdO-Sterne wurden bisher von Giddings (1980) und Hunger *et al.* (1981) durchgeführt. Die in Giddings' Arbeit angegebenen Ergebnisse für die Sterne CPD-31 1701 und BD+39 3226 sind 42 500 bzw. 45 000 K Effektivtemperatur und identische Schwerebeschleunigungen $\log g = 5.5$. Der Wasserstoffanteil in den Atmosphären ist unter der Nachweisgrenze. Mit diesen Parameterwerten sind die Objekte in der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Ebene deutlich von den in dieser Arbeit analysierten Sternen entfernt. Dagegen erweist sich der ebenfalls von Giddings (1980) untersuchte Stern BD+37 442 mit $T_{\text{eff}} = 55\,000\text{ K}$, $\log g = 4$ und $\epsilon_{\text{He}} = 1$ trotz der etwas niedrigeren Temperatur als vergleichbar mit den LSE-Objekten.

Die in der Arbeit von Hunger *et al.* (1981) behandelten sdO-Sterne SB 21 und TON-S 103 sind bezüglich ihrer Lage im $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Diagramm mit CPD-31 1701 und BD+39 3226 vergleichbar. Ihre abgeleiteten Parameter sind $T_{\text{eff}} = 36\,000\text{ K}$, $\log g = 5.4$ für SB 21 bzw. $T_{\text{eff}} = 40\,000\text{ K}$, $\log g = 6.5$ für TON-S 103. Die Heliumhäufigkeiten beider Sterne werden mit $\epsilon_{\text{He}} = 0.5$ angegeben, was als Untergrenze der wahren Werte anzusehen ist, da bei diesen Temperaturen auch geringe Wasserstoffanteile zu deutlichen Balmerlinien führen, die aber nicht beobachtet werden. Das Handikap der Hunger *et al.*-Arbeit bestand in der fehlenden Verfügbarkeit extrem heliumreicher Modellatmosphären, das maximale Helium-zu-Wasserstoffverhältnis hatte den Wert Eins. Aus diesem Grunde sind auch die abgeleiteten Effektivtemperaturen und Schwerebeschleunigungen mit einer zusätzlichen Unsicherheit behaftet.

Von den extremen Heliumsternen des Spektraltyps B sind BD+10 2179 (Heber, 1981), HD 168476 (Walker & Schönberner, 1981), HD 124448 (Schönberner & Wolf, 1974) und BD-9 4395 (Kaufmann & Schönberner, 1977) feinanalysiert worden. Tabelle (7.1) faßt ihre Parameter zusammen. Dabei ist anzumerken, daß diese Daten der Arbeit von Heber (1981) entnommen wurden, der die originalen Ergebnisse für HD 168476, HD 124448 und BD-9 4395 mit Korrekturen zur Berücksichtigung des *line blanketing*-Effektes versah (*line blanketing*: Einfluß der Linienopazitäten auf die Atmosphärenschichtung).

Tabelle (7.1) : Stellare Parameter der extrem heliumreichen B – Sterne

	BD + 10	HD	HD	BD – 9
	2179	168476	124448	4395
$T_{\text{eff}}[\text{K}]$	16 800	13 700	15 500	23 500
$\log g$	2.55	1.35	2.10	2.50
$L/L_{\odot}$	3.6(3)	4.0(4)	7.9(3)	2.0(4)
$M/M_{\odot}$	0.60	1.00	0.67	0.86

Dem Spektraltyp entsprechend sind die Effektivtemperaturen der B – Sterne sehr viel niedriger als die der sdO's. Im Hinblick auf die Entwicklung der extremen Heliumsterne ist aber die Feststellung bedeutsam, daß die Leuchtkräfte der in dieser Arbeit untersuchten Sterne (Tabelle 6.1) mit denen der B – Heliumsterne übereinstimmen (siehe das folgende Kapitel 7).

Metallhäufigkeiten in extrem heliumreichen sdO – Sternen wurden erstmalig in der vorliegenden Arbeit bestimmt. Sie werden in Tabelle (7.2) mit den Analyseergebnissen der heliumreichen B – Sterne und den solaren Werten verglichen. Sie werden dort auf eine konstante Massendichte bezogen, um die Vergleichbarkeit trotz Verbrennung von Wasserstoff zu Helium zu gewährleisten.

Tabelle (7.2) : Logarithmus der Elementhäufigkeiten in extrem heliumreichen Sternen und der Sonne
(normiert auf $\sum \mu_i n_i = 12.15$, μ_i : Atomgewicht des Elements i; solare Häufigkeiten nach Holweger, 1979)

	LSE	LSE	LSE	NGC	BD + 10	HD	HD	BD – 9	
	153	263	259	246	2179	168476	124448	4395	Sonne
H	<10.5	<10.5	<10.2	<10.3	8.5	<7.8	<7.5	8.7	12.00
He	11.51	11.53	11.49	11.25	11.53	11.54	11.53	11.54	11.00
C	9.8	7.5	9.9	10.8	9.54	9.4	9.46	9.36	8.67
N	8.9	9.2	9.5	–	8.11	8.9	8.83	8.0	7.99
Mg	8.2	<8.0	9.0	–	8.02	7.7	8.2	7.4	7.53

Durch die Anregung der He^+ – Zustände werden in den sdO – Sternen die Wasserstoff – Balmerlinien durch die entsprechenden Linien des HeII überlagert, so

daß sich für diese Objekte verglichen mit den B-Sternen nur relativ grobe Obergrenzen der Wasserstoffhäufigkeit angeben lassen.

Generell zeigen sich in den hier analysierten Objekten die Elemente Kohlenstoff, Stickstoff und Magnesium noch stärker als in den sdb-Heliumsternen gegenüber den solaren Häufigkeiten angereichert. Besonders auffallend sind LSE 259, der für alle drei Elemente fünfzehn bis dreißigfache Überhäufigkeiten zeigt, und NGC 246 mit einem Kohlenstoffanteil von 35 %. LSE 263 erweist sich als atypisch für einen extremen Heliumstern wegen seiner untersolaren Kohlenstoffhäufigkeit.

8. Der Entwicklungszustand der untersuchten Sterne

Nachdem die beobachtbaren Parameter, die die betrachteten Sterne in ihrem augenblicklichen Entwicklungszustand haben, in den vorangegangenen Kapiteln bestimmt worden sind, beschäftigt sich dieses Kapitel mit der Frage, wie sie diesen Zustand erreicht haben, welches ihr innerer Aufbau ist und wie ihre weitere Zukunft aussehen wird. Zu diesem Zweck müssen wir die Beobachtungsgrößen mit theoretischen Sternentwicklungsrechnungen vergleichen. Dabei ist neben der Entwicklung im Hertzsprung – Russell – Diagramm – bzw. in der dazu morphologisch äquivalenten ($\log T_{\text{eff}} - \log g$) – Ebene – auch die zeitabhängige Veränderung der chemischen Zusammensetzung von Belang.

Damit treffen wir auch schon auf das Hauptproblem in der Beurteilung von extremen Heliumsternen : Die Reduzierung des Wasserstoffanteils an der Oberfläche des Sternes um mehrere Größenordnungen, das entscheidende Charakteristikum dieser Klasse, kann von der Entwicklungstheorie bislang nicht erklärt werden. Alle diesbezüglichen Rechnungen sagen von der Entstehung aus einer Gaswolke normaler chemischer Zusammensetzung bis zum Endstadium eines Weißen Zwerges stets Wasserstoffatmosphären vorher, die allenfalls Verschiebungen der Metallhäufigkeiten zeigen. (Dabei beschränken wir uns hier und im Folgenden auf Anfangssterne, die noch zur Bildung eines Weißen Zwerges und nicht zu Supernovaexplosionen führen, d.h. $M \leq 9 M_{\odot}$.) Eine Entstehung des Sternes aus einer extrem wasserstoffarmen interstellaren Gaswolke erscheint sehr unwahrscheinlich, denn solche pekuliären Wolken werden weder direkt noch indirekt beobachtet. Existierten sie, so müßten in ihrer Nachbarschaft auch Assoziationen von Heliumsternen zu beobachten sein, denn nach Paczyński (1971) ist die Lebensdauer von Heliumsternen mit einer Sonnenmasse vergleichbar mit derjenigen von OB – Sternen der normalen (Wasserstoff –)Population I. Es muß also nach Möglichkeiten gesucht werden, den zunächst vorhandenen Wasserstoff entweder vollständig zu verbrennen oder durch stellare Winde abzublasen. Im Folgenden sollen die dafür in Frage kommenden Stationen der normalen Einzelsternentwicklung angesprochen werden. Die Darstellung folgt im wesentlichen den Übersichtsartikeln von Iben & Renzini (1983) und Iben (1985), auf die in Fragen des Quellennachweises verwiesen wird. Wir gehen nicht ein auf Doppelsternentwicklung, da von den bekannten extremen Heliumsternen nur wenige Mitglieder eines Doppelsternsystems zu sein scheinen (Heber, 1985, private Mitteilung), so daß ein kausaler Zusammenhang nicht erkennbar ist. Zudem hängt die Doppelsternentwicklung sehr stark von den

Parametern des Systems ab, und globale Aussagen lassen sich kaum machen.

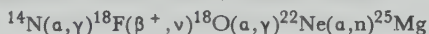
Iben & Renzini (1983) unterscheiden in ihrem Übersichtsartikel Sterne 'niedriger' und 'mittlerer' Masse. Erstere haben Massen von etwa $1 - 2.2 M_{\odot}$ und entwickeln im Rote Riesen - Stadium einen entarteten Heliumkern, während Sterne mittlerer Masse ($2.2 - 9 M_{\odot}$) in diesem Stadium gänzlich der normalen Zustandsgleichung gehorchen. Dies hat Konsequenzen für das Einsetzen des zentralen Heliumbrennens am Ende des ersten Riesenastes : In Sternen mit mehr als 2.2 Sonnenmassen funktioniert der übliche Regelungsmechanismus, der die Kernfusionsrate kontrolliert, das Heliumbrennen setzt daher friedlich ein. Ein entarteter Kern dagegen verfügt über keine Regulationsmöglichkeit der Energiefreisetzung, so daß bei Erreichen der notwendigen Fusionstemperatur ein thermischer *run away* eintritt und das Heliumbrennen explosionsartig beginnt. Dieses Ereignis wird als *helium flash* oder - mühsam eingedeutscht - als Heliumkernflash bezeichnet. Am Ende eines (oder auch mehrerer) *helium flash* ist die Kernentartung aufgehoben und der Stern befindet sich auf dem Horizontalast. In unserem Sinne interessant wird das Ereignis durch Anzeichen theoretischen Ursprungs auf einen möglicherweise so gewaltsamen Verlauf des *helium flash*, daß der Stern insgesamt oder partiell zerrissen wird. Die Ursache dafür ist die (in früheren Rechnungen unberücksichtigte) Kühlung des Entartungsgebietes durch Neutrinoemission. Sie führt dazu, daß das Temperaturmaximum (in dem das Heliumbrennen zündet) außerhalb des Zentrums liegt, der *helium flash* findet deshalb nichtzentral statt. Oberhalb der gewalttätig einsetzenden Verbrennung liegt daher weniger Masse, um die Explosion zu dämpfen; zudem ist es wahrscheinlich, daß der *helium flash* nicht sphärisch symmetrisch, sondern nur an einem Punkt beginnt und damit mehr Wirkung entfaltet. Der Stern bleibt in jedem Fall nicht im hydrostatischen Gleichgewicht. Die daher notwendig werdenden hydrodynamischen Rechnungen sind im Moment noch zu ungenau, um zu klären, welche Konsequenzen das Einsetzen des Heliumbrennens auf die massearmen Sterne hat. Daß das Ereignis von der Mehrheit der Sterne überlebt wird, zeigt die recht gute Übereinstimmung des beobachteten Hertzsprung - Russell - Diagramms der Sterne nach dem ersten Riesenstadium mit den alten Entwicklungsrechnungen, in denen der *helium flash* niemals fatal verlief. Es ist aber immerhin denkbar, daß bei einigen Sternen die Explosion die notwendige Stärke hat, um die Wasserstoffhülle zu entfernen und die Heliumasche freizulegen. In dieser Materie wären die CNO - Elemente in dem durch den Bethe - Weizsäcker - Zyklus bestimmten Verhältnis zu erwarten. (Das bedeutet praktisch : Kohlenstoff und Sauerstoff sind vollständig in Stickstoff umgewandelt.)

Ein solchermaßen entstandener Heliumstern wäre dann natürlich nicht auf dem Horizontalast, sondern auf der Heliumhauptreihe zu finden, und besäße eine maximale Masse von etwa $0.53 M_{\odot}$ (das ist die innerhalb der wasserstoffbrennenden Schale befindliche Sternmasse M_H bei Eintritt des *helium flash*).

Sterne, die den Horizontalast erreichen – weil sie noch eine Wasserstoffhülle besitzen – werden im Laufe ihrer weiteren Entwicklung das Stadium des Zwei – Schalen – Brennens erreichen und sich damit den Asymptotischen Riesenast (AGB: *asymptotic giant branch*) hinaufentwickeln. In diesem Zustand besitzt ein Stern eine äußere, wasserstoffbrennende und eine innere, heliumbrennende Schalenquelle. Entsprechend ist die oberste Materieschicht noch unprozessiert und damit wasserstoffreich. Lediglich die Häufigkeitsverhältnisse von C, N und O sind durch Vermischung mit prozessierter Materie etwas verschoben (*first* und *second dredge up*). Im Zwischenschalenbereich findet man die Asche des Wasserstoffbrennens – Helium und Stickstoff (s.o.). Innerhalb der heliumbrennenden Schicht schließlich befinden sich Kohlenstoff und Sauerstoff als Produkte des 3α – Prozesses und formen einen entarteten C/O – Kern. Die Masse dieses Kernes bestimmt die Leuchtkraft des Sternes (sogenannte Kernmasse – Leuchtkraft – Beziehung).

Das Zwei – Schalen – Brennen ist nicht stabil. Die Ursache dafür liegt in den verschiedenen Wirkungsgraden der Wasserstoff – und der Heliumfusion : Bei der Fusion von einem Gramm Wasserstoff zu Helium wird etwa zehnmal mehr Energie frei als bei der nachfolgenden Verbrennung derselben Masse Helium zu Kohlenstoff. Da im Mittel gleiche Massen in der wasserstoff – wie in der heliumbrennenden Schicht pro Zeiteinheit umgesetzt werden müssen, wird (wiederum im zeitlichen Mittel) ein Verhältnis von 10:1 zwischen Wasserstoff – und Heliumleuchtkraft erzwungen. Dies ist aber nicht stationär möglich. Es kommt daher zu einem gewissermaßen abwechselnden Brennen, wobei zu etwa 90 % der Zeit die Leuchtkraft nahezu ausschließlich von der Wasserstoffschale geliefert wird. Die Masse im Zwischenschalenbereich wächst dabei an, bis eine kritische Masse erreicht ist, bei der die Heliumschale schlagartig zündet. Durch diesen sogenannten *shell flash* (oder auch 'Thermischen Puls') wird die äußere Sternschicht nach außen gedrückt, und die Wasserstoffschalenquelle verlöscht. Die Leuchtkraft wird nun durch den 3α – Prozeß geliefert, der nach dem ersten Überschießen gleichmäßig weiterbrennt. Durch das Weiterrücken der heliumbrennenden Schale in die dünneren Außenschichten nimmt diese Energiequelle allmählich ab, während das Wasserstoffbrennen langsam wieder beginnt.

Im Maximum der Heliumleuchtkraft während des Thermischen Pulses bildet sich um die heliumbrennende Schale eine Konvektionszone aus, die Materie aus der Helium – Stickstoff – Schicht mit den Produkten des 3 α – Prozesses vermischt. Dadurch gerät Stickstoff in heißere Zonen, und die Reaktion



kann ablaufen, die erstens Neon und Magnesium liefert und zweitens Neutronen freisetzt, die mit Eisennuklei als Keimen s – Prozeßelemente aufbauen können. Weiterhin reichert die konvektive Vermischung Kohlenstoff und Sauerstoff in der Zwischenschalenschicht an, für Kohlenstoff wird dabei im Grenzfall ein Massenanteil von 0.2 – 0.3 berechnet.

Gelänge es nun, die sich zwischen den beiden brennenden Schalen befindliche Materie zu diesem Zeitpunkt freizulegen, so ergebe sich eine chemische Zusammensetzung, wie sie für die extremen Heliumsterne mit hoher Kohlenstoffhäufigkeit typisch ist. Ein Mechanismus, der solches bewerkstelligen könnte, wäre der Massenverlust durch stellare Winde. Entwicklungsrechnungen durch das Stadium des AGB unter Berücksichtigung der empirischen Massenverlustrelation von Reimers (1975a,b) zeigen allerdings, daß es damit nicht gelingt, die Wasserstoffhülle vollständig zu beseitigen. Es gibt aber mehrere Gründe, diese Untersuchungen und ihre Ergebnisse als vorläufig anzusehen.

Zunächst ist zu bemerken, daß die Reimers'sche Massenverlustformel kalibriert wurde anhand von Roten Riesen – Sternen mit normaler Metallhäufigkeit. Sterne mit sehr geringem oder anomal hohem Metallgehalt fanden keine Berücksichtigung, so daß über die Abhängigkeit der Massenverlustrate von der Häufigkeit der schweren Elemente nichts bekannt ist. Auf dem AGB werden aber viele Sterne mit einem C/O – Verhältnis größer als eins gefunden, so daß der Kohlenstoff nicht vollständig in das CO – Molekül gebunden wird, sondern zusätzlich C₂ und CH bilden kann, die die Opazitäten der Riesensternatmosphären drastisch erhöhen. Weder werden die dadurch bedingten Konsequenzen für Radius, Oberflächentemperatur und –schwerebeschleunigung in den Entwicklungsrechnungen berücksichtigt noch ist bekannt, welche Massenverlustraten für diese Sterne zu erwarten ist. (Es ist anzumerken, daß der Prozeß der Kohlenstoffanreicherung in der Photosphäre durch den *third dredge up* während der Thermischen Pulse auch theoretisch verstanden werden kann. Während frühere Rechnungen diesen Prozeß nur für Massen M_H innerhalb der wasserstoffbrennenden Schicht größer als 0.7 M_⊙ vorhersagten, zeigen neuere Untersuchungen bei Berücksichtigung ver-

besserter Kohlenstoffopazitäten *dredge up* auch schon bei $M_H \approx 0.6 M_\odot$.)

Ferner zeigen hydrodynamische Rechnungen (Tuchman *et al.*, 1979; Willson & Hill, 1979; Wood, 1979), daß bei sehr hohen Leuchtkräften Pulsationsinstabilitäten in den Hüllen von AGB - Sternen auftreten. Sie werden mit dem beobachteten 'Superwind' einiger dieser Objekte (der um Größenordnungen stärker ist als der 'Reimerswind') und schließlich mit dem Abstoßen eines Planetarischen Nebels in Verbindung gebracht (siehe z.B. Renzini, 1983). Auch hier scheint ein Zusammenhang mit der Kohlenstoffanreicherung in der Wasserstoffschicht durch den *third dredge up* - Prozeß zu bestehen, wie die Beobachtungen des Kohlenstoffsterns CW Leo zeigen (Knapp *et al.*, 1982, dort als IR - Quelle IRC + 10216 aufgeführt).

Es existiert eine weitere denkbare Möglichkeit, die Wasserstoffhülle eines AGB - Sternes zu beseitigen, die jedoch andere Konsequenzen für die sich schließlich ergebende chemische Zusammensetzung an der Oberfläche nach sich zieht. In diesem Szenario wird durch konvektive Durchmischung der Wasserstoff der Hülle vollständig in tiefergelegene, heißere Sternschichten gebracht und dort zu Helium fusioniert. Da diese Verbrennung aber durch den CNO - Zyklus erfolgt, werden die aus dem 3 α - Prozeß stammenden Elemente Kohlenstoff und Sauerstoff, die sich unterhalb der wasserstoffbrennenden Schale durch *dredge up* angesammelt haben, wieder vollständig in Stickstoff verwandelt. Der Stern zeigt daher nach vollständiger Verbrennung des Wasserstoffs eine Oberfläche aus He und ^{14}N .

Auch Sterne, die nach einem (hypothetischen) katastrophalen Heliumkernflash auf der Heliumhauptreihe zu finden waren, entwickeln sich nach Paczyński (1971) den Asymptotischen Riesenast hinauf, sofern sie Massen von etwa 1 - 1.5 $M_\odot$ haben. Da sie mangels Wasserstoff nur in einer heliumbrennenden Schale Energie erzeugen, entfällt bei ihnen der Antriebsmechanismus für die Thermischen Pulse, die Entwicklung verläuft daher stabil. Damit kommt es aber auch nicht zu dem *dredge up*, und die Oberflächenschicht aus Helium und Stickstoff wird nicht verändert.

Mit dem *helium flash* am Ende des ersten Riesenastes und den Thermischen Pulsen auf dem AGB haben wir also zwei mögliche Stationen der Sternentwicklung identifiziert, an denen die Entstehung extrem heliumreicher Sterne erwartet werden kann. Es ist nun zu klären, mit welchen der oben skizzierten Szenarios die Analysenergebnisse der in dieser Arbeit untersuchten Sterne sowie der weiterer

wasserstoffarmer Objekte zusammenpassen.

Es wurde schon in Kapitel 7 bemerkt, daß die Programmsterne dieser Analyse bezüglich Leuchtkraft und chemischer Zusammensetzung den extrem heliumreichen B-Sternen sehr ähnlich sind. (Wir sehen hier zunächst einmal von der untypisch niedrigen Kohlenstoffhäufigkeit in LSE 263 ab und behandeln dieses Objekt wegen der nahezu identischen Atmosphärenparameter zusammen mit LSE 153 und LSE 259. Die verschiedene chemische Zusammensetzung des Sternes wird unten gesondert diskutiert.) Damit deutet sich auch ein Zusammenhang mit den R CrB-Sternen (nach dem Prototyp R Coronae Borealis) an, die ebenfalls ähnliche Leuchtkräfte sowie Wasserstoffdefizit und Kohlenstoffüberhäufigkeit zeigen (Schönberner, 1975). Heber (1981) identifiziert die Heliumsterne des Spektraltyps B mit Objekten, die sich nach Durchlaufen der AGB-Phase in Richtung zu höheren Temperaturen entwickeln. Dieser Schluß beruht auf einem Vergleich der Effektivtemperaturverteilung von 13 Heliumsternen mit den Vorhersagen der Entwicklungsrechnungen von Paczyński (1971) und Schönberner (1977). Die Post-AGB-Entwicklung verläuft sehr rasch ($\approx 10^4$ Jahre) in das Gebiet der Weißen Zwerge, so daß die Masse des C/O-Kerns dieser Sterne und damit auch ihre Leuchtkraft konstant bleibt.

Wir können deshalb die Programmsterne als Nachfolger der B-Heliumsterne auffassen. Sie bestehen dann aus einem inerten, entarteten C/O-Kern und einer massearmen Heliumhülle, an deren unterer Grenze noch Energie durch Fusion von Helium zu Kohlenstoff erzeugt wird. Für eine solche Konfiguration besteht eine Kernmasse-Leuchtkraft-Beziehung, für die wir theoretische Werte den Arbeiten von Paczyński (1970), Biermann & Kippenhahn (1971), Havazelet & Barkat (1979) und Law (1982) entnommen und in Abbildung (8.1) eingetragen haben. Da aus der Analyse von Effektivtemperatur und Oberflächenschwerebeschleunigung das Verhältnis L/M festgelegt ist (siehe Tabelle 6.1), besteht die Möglichkeit, durch Vergleich der beiden Relationen die Massen und Leuchtkräfte der Sterne abzuleiten. (Da die Gesamtmasse höchstens um wenige Prozent größer ist als die Kernmasse, vernachlässigen wir diesen Unterschied.) Dazu sind in Abbildung (8.1) auch die Kurven $L/M = \text{const.}$ eingetragen, wobei die Konstanten der oben erwähnten Tabelle entnommen wurden. Es ergeben sich Sternmassen zwischen 0.6 und $0.8 M_{\odot}$ für LSE 153, LSE 263 und NGC 246, bzw. $0.8 - 1 M_{\odot}$ für LSE 259; damit sind die in Kapitel 6 angenommenen Testmassen zur Berechnung von Leuchtkraft, Radius und Entfernung gerechtfertigt.

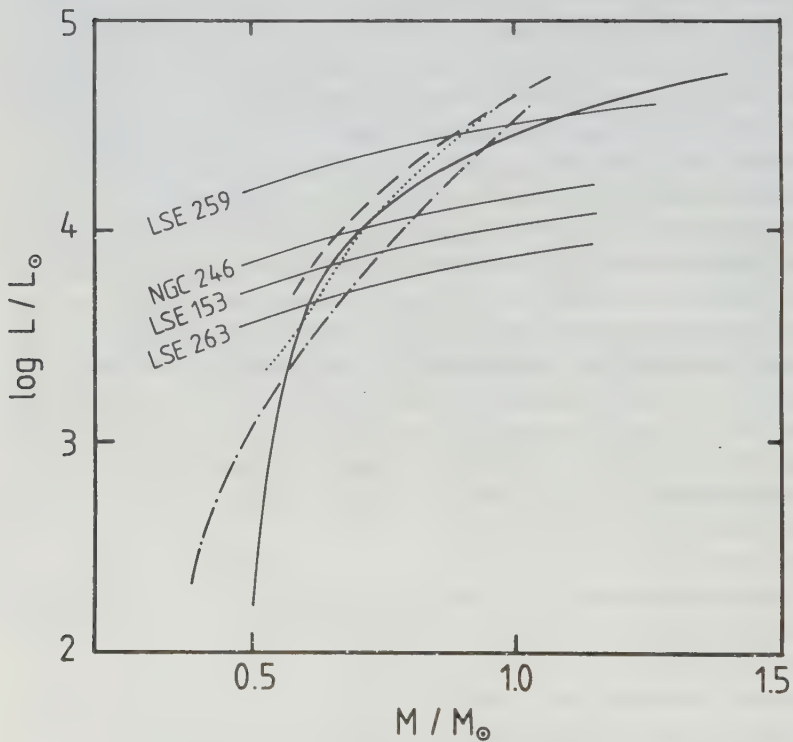


Abbildung 8.1 : Theoretische Kernmasse - Leuchtkraft - Beziehung für Heliumsterne. Eingezeichnet sind die Kurven nach Paczyński, 1970 (durchgezogen), Biermann & Kippenhahn, 1970 (gestrichelt), Havazelet & Barkat, 1979 (strich - punktiert) und Law, 1982 (gepunktet). Zusätzlich eingezeichnet sind die Linien $L/M = \text{const}$ mit den Werten nach Tabelle (6.1) für die analysierten Sterne (gekennzeichnet mit den Objektnamen).

Die theoretischen Entwicklungswege in der $(\log T_{\text{eff}} - \log g)$ -Ebene nach den Rechnungen von Paczyński (1971), Schönberner (1977) und Law (1982) sind in Abbildung (8.2) dargestellt. Zum Vergleich sind auch die Loci der in dieser Arbeit analysierten Sterne sowie der Untersuchungsobjekte von Giddings (1980), der B- Heliumsterne nach Heber (1981) und der R CrB - Sterne (Schönberner, 1975) eingetragen. Eine Entwicklungssequenz von den R CrB - Sternen über die Heliumsterne zu den leuchtkräftigen Heliumsternen des Spektraltyps O (einschließlich des von Giddings, 1980 analysierten BD + 37 442) ist nach diesem Diagramm suggestiv.

Bis auf wenige Ausnahmen zeigen alle Sterne dieser drei Gruppen eine einheitliche und charakteristische chemische Zusammensetzung der Oberflächenschicht. Sie ist gekennzeichnet durch Helium als Hauptkonstituente, einem Wasserstoffdefizit von mehreren Größenordnungen, Kohlenstoffhäufigkeiten von typisch 1 %, einem C/O - Verhältnis von 10 - 30 und übersolaren Häufigkeiten von Mg und (eventuell) Ne. Von allen oben diskutierten Möglichkeiten der Heliumsternentstehung ist nur die Annahme eines starken Massenverlustes auf dem AGB durch stellaren Wind in der Lage, dieses Muster von Elementhäufigkeiten entstehen zu lassen, wenn der Vorläuferstern durch Thermische Pulse seine Zwischenschalenmaterie mit Kohlenstoff und Sauerstoff angereichert hat; für diese Schicht sagen die von Iben & Renzini (1983) zitierten Entwicklungsrechnungen genau die angegebenen Charakteristika vorher. Bemerkenswert ist, daß der Vorläufer in diesem Falle eine Wasserstoffhülle besessen haben muß.

Ein Schönheitsfehler der Annahme einer gleichmäßigen Entwicklung dieser Objekte ist die niedrige Kohlenstoffhäufigkeit in LSE 263. Um sie zu erklären, sind mehrere Möglichkeiten denkbar. Zunächst könnte angenommen werden, daß dieser Stern bereits durch den *helium flash* seinen Wasserstoff verloren hat. Er würde sich dann entweder auf dem Weg von der Heliumhauptreihe zum AGB befinden (tatsächlich liegt er auch von allen vier in dieser Arbeit analysierten Objekten am dichtesten zu dem betreffenden Teil des Paczyńskischen Entwicklungsweges) oder er entwickelte sich nach einer von Thermischen Pulsen ungestörten AGB - Phase wieder zu höheren Temperaturen. In beiden Fällen zeigte er eine Heliumatmosphäre mit erhöhtem Stickstoffanteil, aber erheblichem Kohlenstoffdefizit. Es ergibt sich aber in diesem Bild eine Inkonsistenz, indem nach Paczyński (1971) nur solche Heliumsterne in die Nähe der für LSE 263 abgeleiteten Parameterwerte kommen, deren Masse im Bereich von etwa $0.8 - 1.7 M_{\odot}$ liegt. Ein

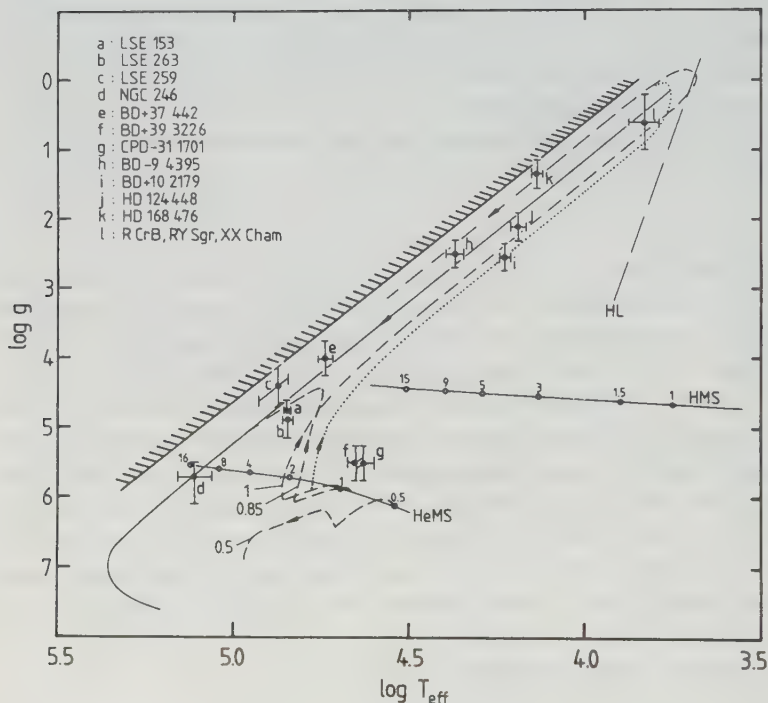


Abbildung 8.2 : Lage der analysierten Sterne im ($\log T_{\text{eff}}$ - $\log g$) - Diagramm (Objekte a - d). Ferner sind eingezeichnet die von Giddings (1980) untersuchten Sterne (e - g), die Helium - B - Sterne (h - k) nach Heber (1981) und die R CrB - Sterne (l) nach Schönberner (1977), die Wasserstoff(HMS) - und die Helium(HeMS) - Hauptreihe mit Angaben der stellaren Masse in solaren Einheiten, das Hayashi - Limit für Heliumsterne (HL) nach Law (1982) und die Entwicklungswege nach Paczyński (1971; gestrichelt, mit Angaben von $M/M_{\odot}$), Schönberner (1977; $M = 0.7M_{\odot}$, durchgezogen) und Law (1982; $1M_{\odot}$, gepunktet). Die schraffierte Linie deutet das Eddington - Limit an.

durch den *helium flash* entstandener extremer Heliumstern dürfte aber (wie oben bereits gesagt) keine wesentliche größere Masse als etwa $0.53 M_{\odot}$ haben.

Eine weitere Möglichkeit, die eine weniger drastische Abkehr von der für kohlenstoffreiche Heliumsterne angenommenen Entwicklung bedeutet, ist die Annahme eines geringeren *dredge up* von C und O während der Thermischen Pulse und ein reduzierter Massenverlust. Es erscheint dann denkbar, daß durch die AGB-Entwicklung die stark kohlenstoffangereicherten Schichten nicht freigelegt werden, sondern lediglich die darüberliegende, wenig durchmischte ($\text{He}, ^4\text{N}$)-Zone. In einer leichten Modifizierung dieser Vorstellung kann auch die Verbrennung des restlichen Wasserstoffs im CNO-Zyklus durch konvektives Untermischen der Hülle eine Rolle spielen.

Interessanterweise zeigt sich die Dichotomie bezüglich der Kohlenstoffhäufigkeit auch in den sich am Ende des AGB formierenden Planetarischen Nebeln (PN). In seiner Abbildung 1 vergleicht Kaler (1985) die beobachteten C/O-Verhältnisse der PN in Abhängigkeit von ihrem He/H-Verhältnis mit den theoretischen Vorhersagen durch *second* und *third dredge up*-Modelle. Er findet, daß eine eindeutige Zuordnung der Daten zu einem Entwicklungsmodell nicht möglich ist, und verweist auf die großen Unsicherheiten der Beobachtung. Wir meinen aber, daß eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung möglich ist, wenn angenommen wird, daß etwa 80 % der Vorläufer der späteren ZPN und PN einen *third dredge up* erleben, die restlichen 20 % dagegen nicht. Diese Vorstellung ist auch mit den beobachteten N/O-Verhältnissen in PN vereinbar und befindet sich in befriedigender Übereinstimmung mit dem Verhältnis kohlenstoffreicher und -armer Heliumsterne.

Aufgrund der abgeleiteten Sternparameter sind LSE 153, LSE 263, LSE 259 und auch BD+37 442 in dem Gebiet des Hertzsprung-Russell-Diagramms anzusiedeln, in dem man ansonsten die Zentralsterne Planetarischer Nebel antrifft. In der Tat ist auch die entwicklungsgeschichtliche Vergangenheit dieser Sterne ähnlich: Beide Spezies standen bei sehr hohen Leuchtkräften auf dem AGB und haben einen beträchtlichen Teil ihrer Hüllenmasse verloren (sofern die oben vorgeschlagene Entwicklung der kohlenstoffreichen Heliumsterne richtig ist). Bei den ZPN ist die Hülle als Planetarischer Nebel sichtbar, aber wo ist sie bei den Heliumsternen des Spektraltyps O? Nach den Rechnungen von Schönberner (1977) entwickelt sich ein Heliumstern mit $0.7 M_{\odot}$ in etwa 15 000 Jahren von

einer Effektivtemperatur $T_{\text{eff}} \approx 5700 \text{ K}$ bis in das Gebiet der O – Heliumsterne. Damit müßte auch die abgestoßene Wasserstoffhülle des früheren AGB – Sterns noch ausreichende Dichten aufweisen, um deutlich als Planetarischer Nebel in Erscheinung zu treten, wenn der Verlust der Hülle in gleicher Weise wie bei den späteren ZPN vor sich geht; ein Nebel wird aber – wie in Kapitel 2 festgestellt – nicht beobachtet. Es kann daher nur spekuliert werden, daß die leuchtkräftigen extremen Heliumsterne eine Mittlerrolle zwischen den heliumangereicherten, aber nicht extrem heliumreichen sdO – Sternen und den ZPN spielen : Nach der Argumentation von Groth *et al.* (1985) erreichen die Vorläufer der erstgenannten Gruppe zwar den AGB, sind aber zu massearm, um sich dort zu hohen Leuchtkräften zu entwickeln, und kehren schließlich wieder zu hohen Temperaturen zurück. Als sdO's findet man sie dann mit einer mittleren Masse um $0.5 M_{\odot}$ und einem typischen He/H – Verhältnis von eins. Die ZPN – Vorläufer dagegen haben genügend Masse, um an die Spitze des AGB zu gelangen, wo ihre Entwicklung vermutlich recht plötzlich durch den Abstoß des Planetarischen Nebels unterbrochen wird, woraufhin sich der entstandene Zentralstern recht zügig zu höheren Oberflächentemperaturen bewegt und schließlich in kurzer Zeit heiß genug ist, um die emittierte Materie zum Leuchten anzuregen. ZPN zeigen eine Massenverteilung mit einer ausgeprägten Spitze bei $0.6 M_{\odot}$ (Schönberner, 1981), wobei aber auch Massen bis $1 M_{\odot}$ gefunden werden (Kaler, 1983). Nach Méndez *et al.* (1985b) sind maximal 35 % der Zentralsterne extrem heliumreich.

Zwischen diesen Polen ist nun ein Massenbereich vorstellbar, in dem der Stern massereich genug ist, um sich den AGB hinaufzuentwickeln und dabei Thermische Pulse zu durchlaufen, aber nicht genügend Masse hat, um den (noch unbekannten) Ejektionsmechanismus des PN anzustoßen. Ein solcher Stern würde eine längere Zeit auf dem AGB zubringen als ein ZPN – Vorläufer, mithin auch mehr Hüllenmasse durch ruhigen Massenverlust an das interstellare Medium abgeben und dabei durch Schalenbrennen mehr Masse auf dem C/O – Kern akkretieren, bis schließlich die Kernmasse mit der eines ZPN vergleichbar ist. Die Rate des Massenverlustes muß einerseits klein genug sein, um die Dichte der expandierenden Gaswolke niedrig zu halten (sie wäre sonst später als Emissionsnebel sichtbar), andererseits muß der Massenverlust lange genug andauern, um die gesamte Wasserstoffschicht abzutragen. In diesem Szenario endet die AGB – Phase friedlich durch allmählich abnehmende Hüllenmasse. Daß auch ZPN bekannt sind, die gleichzeitig extrem helium – und kohlenstoffreich sind – wie der hier analysierte NGC 246, aber auch A30, A78, Longmore 3 und 4 und mehrere andere (Iben, 1983; Kaler, 1985;

Méndez *et al.*,1985a,b) –, steht nicht im Widerspruch zu der oben vorgeschlagenen Deutung der extremen Heliumsterne, sondern ist als Grenzfall zwischen den verschiedenen Entwicklungswegen aufzufassen.

Interessant in diesem Zusammenhang ist die bei NGC 246 gemessene, ungewöhnlich hohe Expansionsgeschwindigkeit des Nebels von 38 km/sec (Pottasch,1983). Da die Ausdehnungsgeschwindigkeiten der PN normalerweise den Entweichgeschwindigkeiten der AGB – Sterne entsprechen, aus denen sich Nebel und Zentralstern entwickeln (z.B. Renzini, 1983), kann der anomal hohe Wert im Falle von NGC 246 als Hinweis auf einen kompakteren Vorläuferstern als üblich angesehen werden. Die oben abgeleitete Masse des Zentralsterns ist nicht ungewöhnlich groß, so daß die höhere Entweichgeschwindigkeit auf einen kleineren Radius des AGB – Sternes zurückzuführen wäre. Wir wollen es vermeiden, diese Beobachtung zu überinterpretieren, da der Prozeß der PN – Ejektion noch nicht geklärt ist. Es wäre aber interessant zu sehen, ob zwischen der Heliumüberhäufung der ZPN und der Expansionsgeschwindigkeit der zugehörigen PN eine Relation besteht. (Diese Untersuchung kann hier mangels Daten nicht durchgeführt werden.)

Auch in anderer Hinsicht ist NGC 246 bemerkenswert : Der Zentralstern besitzt (wie Kapitel 5 zeigte) eine enorme Kohlenstoffhäufung, die von keinem anderen bekannten und analysierten Stern erreicht wird. Sie übersteigt sogar den von Iben & Renzini (1983) angegebenen Maximalwert in der Konvektionszone oberhalb der heliumbrennenden Schicht des AGB – Sternes, so daß anzunehmen ist, daß sehr tiefe Schichten freigelegt wurden. Trotzdem findet Heap (1975) ein normales He/H – Verhältnis im Nebel. Es kann nicht ausgeschlossen werden, daß die Auflösung ihrer Spektrogramme nicht ausreichte, heliumreiche Nebelbereiche dicht am Nukleus nachzuweisen, wie sie in den Planetarischen Nebeln A 30 und A 78 gefunden wurden (Hazard *et al.*,1980; Jacobi & Ford, 1983). Im Falle von A 30 treten heliumreiche Massekonzentrationen mit einem kinematischen Alter von etwa 1500 Jahren auf, während der 'Hauptnebel' ein Alter von rund 20 000 Jahren besitzt (Reay *et al.*, 1983). Die Zentralsterne beider PN sind extrem wasserstoffarm (Méndez *et al.*,1985b). Sie werden von Iben *et al.*(1983) als Sterne unmittelbar nach einem sogenannten 'finalen *shell flash*' angesehen. Ihre Rechnungen zeigen, daß ein solcher *shell flash* einen $0.6 M_{\odot}$ – Stern, der sich bereits auf der Abkühlsequenz der Weißen Sterne befindet, wieder zu hohen Leuchtkräften und niedrigen Temperaturen bringt. Sie finden den Stern dabei im Parameterbereich der R CrB – Sterne. In diesem Stadium ist ein starker Massenverlust

wahrscheinlich, der für die innersten Nebelteile in A 30 und A 78 verantwortlich wäre. Während des *shell flash* breitet sich eine Konvektionszone aus der heliumbrennenden Schicht bis in die Wasserstoffhülle aus und reduziert ihre Masse auf rund 20 % des früheren Wertes. Die Rechnungen von Iben *et al.*(1983) sind nicht in der Lage, das völlige Verschwinden der Wasserstoffhülle – wie in A 30 und A 78 beobachtet – vorherzusagen; allerdings vernachlässigen sie einige Prozesse, die bei ihrer Berücksichtigung vermutlich in der Lage wären, die geringe Restmasse an Wasserstoff zu beseitigen. Nach Erreichen seiner Minimaltemperatur entwickelt sich der nun heliumbrennende Stern sehr ähnlich wie vorher in der wasserstoffbrennenden Phase. Sofern er von einem Planetarischen Nebel umgeben ist, wird dieser ein zweites Mal zum Leuchten angeregt, wenn der Zentralstern heißer als 30 000 K wird. Der PN wird jetzt allerdings einen größeren Radius haben als beim ersten Aufleuchten. Insgesamt kann dieses Bild also die hohe Anregung und die niedrige Dichte des Nebels sowie den kürzlichen Massenverlust, die hohe Leuchtkraft und – mit etwas Optimismus – das Wasserstoffdefizit des Zentralsterns erklären.

Es stellt sich die Frage, ob ein finaler *shell flash* auch NGC 246 und die Heliumsterne ohne beobachteten PN erklären kann. Wenden wir uns zunächst NGC 246 zu : Wie oben gesagt, kann mit Hilfe der Nebelspektrogramme von Heap (1975) nicht ausgeschlossen werden, daß die innersten Teile des Nebels (innerhalb von etwa zehn Bogensekunden Abstand zum Zentralstern) ebenfalls wasserstoffarm sind. Dann müssen sie aber vor nicht mehr als 1500 Jahren ausgestoßen worden sein. (Zu schließen aus dem beobachteten Winkeldurchmesser und dem Alter des Nebels, und unter der Annahme einer einheitlichen Expansionsgeschwindigkeit.) In dieser Hinsicht wären sich NGC 246 einerseits und A 30, A 78 andererseits sehr ähnlich. Dann ist aber natürlich auch zu erwarten, daß alle drei Objekte so kurz nach dem Abwurf der restlichen Wasserstoffhülle noch einen recht starken Massenverlust zeigen. In den IUE – Spektren von A 30 und A 78 sind starke P Cygni – Profile der Resonanzlinien von C IV, N V und O V zu sehen, aber keinerlei Anzeichen auf Massenverlust von dem Zentralstern in NGC 246 existieren. Obwohl wir auf dieser Grundlage einen finalen *shell flash* in NGC 246 nicht ausschließen wollen, müssen wir doch feststellen, daß die chemischen Zusammensetzungen von Nebel und Zentralsternatmosphäre ein Problem präsentieren, das weder bei Annahme einer direkten Heliumsternentwicklung vom AGB noch bei Annahme eines *shell flash* – Szenarios schlüssig zu lösen ist.

Können die extremen Heliumsterne ohne beobachteten PN durch einen finalen *shell flash* entstanden sein ? Das Hauptproblem dieser Hypothese liegt in der durch die Rechnungen vorhergesagten sehr raschen Entwicklung des Sterns während des *shell flash*. Der $0.6 M_{\odot}$ -Stern von Iben *et al.*(1983) verbringt nach Beginn des Ausbruchs weniger als 500 Jahre bei hohen Leuchtkräften, bis die Effektivtemperatur wieder 30 000 K erreicht; als O-Stern existiert er jedoch 30 000 Jahre, bevor die Leuchtkraft unter $10^3 L_{\odot}$ absinkt. Ein nahezu identisches Verhältnis der Verweilzeiten findet Iben (1985) bei einem $0.6 M_{\odot}$ -Stern, wenn der finale *shell flash* bereits bei $L = 10^{3.7} L_{\odot}$ und $T_{\text{eff}} = 45\,000\text{ K}$ einsetzt. In Schönberners (1983) Entwicklungsrechnungen eines Sternes mit einer Post-AGB-Masse von $0.553 M_{\odot}$ tritt ein finaler *shell flash* bei $L = 10^{3.2} L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 40\,000\text{ K}$ ein. Der Stern entwickelt sich daraufhin innerhalb von etwa 1600 Jahren zu einer Minimaltemperatur von rund 5600 K und zurück, bis wieder 30 000 K erreicht sind; erst nach weiteren 65 000 K sinkt er endgültig unter eine Leuchtkraft von $10^3 L_{\odot}$ ab. Aus den verfügbaren Entwicklungsrechnungen würde daher ein Verhältnis von etwa 50:1 zwischen extrem heliumreichen sdO-Sternen einerseits und Helium-B- und R CrB-Sternen andererseits folgen, wenn der finale *shell flash* der einzige Entstehungsmechanismus dieser Sterntypen ist. Eine eingehende statistische Untersuchung des Beobachtungsmaterials einschließlich der Berücksichtigung von Selektionseffekten (so sind zum Beispiel B- und R CrB-Sterne durch ihre höheren visuellen Helligkeiten bevorzugt) kann im Rahmen dieser Diskussion nicht gegeben werden, jedoch erscheint es angesichts der in Kapitel 1 gegebenen Zahlen wenig wahrscheinlich, daß die beobachtete Verteilung der Vorhersage des *shell flash*-Szenarios folgt. Eine Warnung bezüglich der zitierten Entwicklungsrechnungen und der daraus abgeleiteten Zeitskalen ist allerdings angebracht : Die Sternmodelle besitzen nach dem *shell flash* immer noch eine Wasserstoffhülle, was zwar nicht ihre Leuchtkraft, aber ihre Effektivtemperatur beeinflussen kann. Die Entwicklungsgeschwindigkeit im H-R-Diagramm ist daher möglicherweise bei reinen Heliumatmosphären anders.

Beobachtungen des Sternes FG Sge deuten darauf hin, daß dieser Stern sich in einem Stadium kurz nach dem *shell flash* befindet. (Siehe Schönberner, 1983 für eine Diskussion der Evidenz.) Die chemische Zusammensetzung seiner Atmosphäre ändert sich nach Sweigart (1976) mit einer geradezu dramatischen Geschwindigkeit : Er findet eine etwa 25-fache Anreicherung der s-Prozeß-Elemente innerhalb von nur zehn Jahren. Eine vergleichbar schnelle Entwicklung ist bislang in keinem R CrB-Stern beobachtet worden, so daß auch von dieser Seite aus eine

Assoziation der R CrB – Sterne mit einem vorausgegangenen *shell flash* nicht unterstützt werden kann.

Wir möchten schließlich darauf hinweisen, daß die obige Diskussion des 'finalen *shell flash*' – Szenarios hinfällig wird, wenn weitere theoretische Rechnungen die von Iben *et al.*(1983) geäußerte Vermutung belegen, daß die Verweildauer im R CrB – Bereich um so länger wird, je später der *shell flash* zündet.

Als helium – schalenbrennende Sterne nach der AGB – Phase müssen sich die extremen Heliumsterne direkt zu Weißen Zwergen entwickeln. Es ist dabei verführerisch, ihre Überreste mit den non – DA – Spektraltypen zu identifizieren, die ebenfalls keinen Wasserstoff in ihren Atmosphären zeigen. (Eine Vermutung, die so häufig geäußert wurde, daß wir auf eine Quellenangabe verzichten.) Heber (1981) allerdings rechnet aus, daß in der Atmosphäre eines extremen Helium – B – Sternes (für den eine wesentlich bessere Bestimmung der Wasserstoffhäufigkeit möglich ist als in den hier untersuchten sdO – Sternen) immer noch etwa 10^{-7} Sonnenmassen an Wasserstoff vorhanden sind. An der Oberfläche eines Weißen Zwerges sammelt sich dieses Element in großer Reinheit an und ließe bei der angegebenen Masse den Stern als Spektraltyp DA erscheinen. Nach Koester (1976) wird die Wasserstoffsicht eines Weißen Zwerges erst bei einer Masse von $1.4 \times 10^{-16} M_{\odot}$ optisch dünn. Auch ein extremer Heliumstern muß also noch Wasserstoff verlieren, um zu einem non – DA Weißen Zwerg zu werden. Denkbare, aber noch nicht ausreichend untersuchte Prozesse sind Verbrennung des restlichen Wasserstoffs durch Untermischen in heißere Sternschichten und Fortdauer eines spürbaren Massenverlustes durch stellaren Wind auch nach Verlassen des Asymptotischen Riesenastes. Zur Zeit kann nicht entschieden werden, ob ein bestimmter Typ von Weißen Zwergen – und wenn ja, welcher – am Endpunkt der Entwicklung eines Heliumsterns steht.

Zusammenfassend muß festgestellt werden, daß wenig Zweifel an einer Zuordnung der leuchtkräftigen extrem heliumreichen sdO Sterne zu einer Post – AGB – Entwicklung bestehen. Sie sind daher als Nachfolger der extremen Heliumsterne des Spektraltyps B aufzufassen. Außerhalb dieser Sequenz stehen wegen ihrer abweichenden Metallhäufigkeiten und niedrigeren Leuchtkräfte die kompakteren sdO – Heliumsterne wie CPD – 31 1701 und BD + 39 3226, deren Entwicklungszustand von Giddings (1980) mit gebotener Vorsicht als Heliumhauptreihenstadium gesehen wird. Die Ursache des extremen Wasserstoffdefizites und damit die mittel-

bare Vergangenheit der Heliumsterne sowie ihre zukünftige Entwicklung als Weißer Zwerg sind nach wie vor spekulativ. Zu ihrer Klärung bedarf es weiterer Untersuchungen der Massenverlustprozesse und der hydrodynamischen Vorgänge in allen stellaren Entwicklungsstadien nach Verlassen der Hauptreihe.

9. Zukünftige Arbeiten

Natürgemäß konnte die hier dokumentierte Arbeit nicht alle bereits im voraus bekannten und auch neu auftauchenden Fragen beantworten. Die Gründe waren verschiedener Art, von denen hier genannt seien : die Begrenztheit des verfügbaren Beobachtungsmaterials, das Fehlen relevanter Entwicklungsrechnungen, die von den Computerprogrammen diktierten Beschränkungen der Atmosphärenmodellrechnungen und auch der Versuch, eine gewisse Zeitökonomie bei der Verfolgung der wesentlichen Ziele zu wahren. Dieses Kapitel soll die noch offenen Fragen und ungelösten Probleme – auf die in dem vorangegangenen Text verschiedentlich hingewiesen wurde – sammeln und damit als Wegweiser für künftige Arbeiten auf dem Gebiet der Heliumsternforschung dienen.

Ein gewissermaßen 'handwerkliches' Problem stellt die Konstruktion von realistischen non-LTE-Modellatmosphären dar. In Kapitel 4 wurde erläutert, an welche Grenzen die bislang übliche Methode der vollständigen Linearisierung stößt. Sehr heiße reine Heliumatmosphären (mit $T_{\text{eff}} \geq 60\,000$ K) haben im Bereich langwellig von $228\text{ \AA}$ und im Röntgengebiet äußerst geringe kontinuierliche Opazitäten. Sollte sich herausstellen, daß diese Opazitätslücken effizient durch HeII-Lymanlinien und/oder Metallabsorptionen aufgefüllt werden, wäre das nicht nur für die Analyse einiger Metallionen bedeutsam (siehe die Diskussion des N III-Spektrums in Kapitel 5), sondern auch die Temperatur- und Dichtestruktur der Atmosphäre würde sich ändern. Dabei ist zu bemerken, daß gerade die Heliumsterne deutlich erhöhte Metallhäufigkeiten zeigen. Ein besonders drastischer Fall ist Kohlenstoff in NGC 246. Es werden daher dringend neue Verfahren zur Berechnung von non-LTE-Atmosphären benötigt, die die Berücksichtigung von wesentlich mehr Absorbern als zur Zeit möglich erlauben. Neben der Methode von Anderson (1985) erscheint die von Scharmer (1981) vorgestellte Vereinfachung des Strahlungstransportproblems als leistungsfähigstes und flexibelstes Instrument zur Bewältigung dieser Aufgabe. Ihre Übertragbarkeit auf das *multi-level line formation*-Problem wurde von Werner & Husfeld (1985) gezeigt, nachfolgend wurde das Verfahren auch auf *line formation*-Rechnungen in expandierenden stellaren Hüllen (Hamann, 1986) und statische non-LTE-Atmosphärenrechnungen (Werner, 1986) verallgemeinert. Eine Lösung des angesprochenen Problems ist daher durch die Arbeiten von K. Werner (Kiel) und D. Kunze (München) in Kürze zu erwarten.

Die in Kapitel 6 gefundene große relative Dicke $\Delta R/R$ der Photosphäre von LSE 259 läßt es wünschenswert erscheinen, die Ergebnisse der hier vorgelegten Analyse anhand von Modellrechnungen zu überprüfen, die die sphärische Geometrie und die nicht-hydrostatische Dichteschichtung der Atmosphäre berücksichtigen. Dazu geeignete Rechnerprogramme befinden sich im Münchner Institut in Entwicklung (A.Wagner, R.Gabler). Die Resultate der N III - Analyse für denselben Stern deuten zudem auf eine recht hohe Albedo der stellaren Hülle hin (bedingt durch den Massenverlust und die dadurch verursachte starke Dopplerverbreiterung der Linienopazitäten). Es wäre zu klären, ob dieses sogenannte 'wind blanketing' die Analysenergebnisse nennenswert beeinflusst, wobei die Albedofunktion der Hülle entweder durch Strahlungstransportrechnungen zu ermitteln wäre (wozu aber die Massenverlustrate bekannt sein müßte, deren Bestimmung eine weitere, noch zu bewältigende Aufgabe ist), oder einige Testfälle in parametrisierter Form zu studieren wären (vergl. Husfeld, 1982,1983b; Abbott & Hummer, 1985).

Weitere Arbeiten betreffen die Atommodelle. Für die Kohlenstofflinien C IV $\lambda\lambda 4647,4659\text{\AA}$ werden verlässlichere Verbreiterungsdaten benötigt, eine Berücksichtigung der Resonanzlinien erscheint notwendig bei sehr hohen Temperaturen wie in NGC 246. Weitere Detaillierung des Kohlenstoffmodells ist notwendig zur theoretischen Berechnung der UV - Linien von C IV und C V (eventuell auch C VI), die dann allerdings eine Überprüfung der Effektivtemperatur von NGC 246 durch das Kohlenstoffionisationsgleichgewicht gestatten würde. Einiges Mißtrauen erregen die Resultate der N^{4+} - Rechnungen für NGC 246. Angesichts der besonderen Bedeutung der Stickstoffhäufigkeit zur Beurteilung der Entstehungsgeschichte dieses Zentralsternes sollte das betreffende Modellatom überarbeitet werden. (Insbesondere wäre auch die Analysierbarkeit des Übergangs $2s - 2p$ wünschenswert.) Zur Beurteilung des Entwicklungszustandes der untersuchten Sterne sind die Häufigkeiten weiterer strategischer Elemente (O, Ne, Si) von großem Interesse, zu deren Bestimmung allerdings die Verfügbarkeit weiteren Beobachtungsmaterials (s.u.) Grundbedingung wäre. Ein Modellatom zur Berechnung der Si IV - Linien wurde bereits von Simon (1979) aufgestellt; Sauerstoffmodelle, zugeschnitten auf verschiedene Ionisationsstufen, befinden sich in Entwicklung (K.Butler, S.Becker, beide München).

Zur Bestimmung weiterer Metallhäufigkeiten in den hier untersuchten Sternen ist zusätzliches Beobachtungsmaterial notwendig. Die verfügbaren CASPEC - Spektrogramme des Bereiches von $3900 - 4800\text{\AA}$ für die LSE - Objekte sind in

Hinblick auf ihr Signal - zu - Rauschverhältnis noch nicht optimal, da seinerzeit noch keine Erfahrungen mit dem neu in Dienst gestellten Instrument vorlagen. Mit nur etwa vier Stunden Beobachtungszeit ließe sich hier eine Verbesserung erreichen. Des weiteren wären Spektrogramme von Wellenlängenbereichen kurzwellig von 3900 Å und langwellig von 4800 Å wertvoll, um Linien weiterer Ionen zugänglich zu machen. (O IV, O V und O VI sind zum Beispiel in den verfügbaren CASPEC - Spektrogrammen so gut wie gar nicht vertreten.) Auch die IUE - Spektrogramme der untersuchten Objekte bedürfen weiterer Untersuchung : Im Frühjahr 1986 wird U.Heber den SWP - Bereich von LSE 259 in hoher Auflösung spektroskopieren, eine Neureduktion der entsprechenden Daten von LSE 153 und LSE 263 ist in Arbeit (ebenfalls U.Heber). Insbesondere sollte die Vielfalt von Kohlenstofflinien in den UV - Spektren von NGC 246 untersucht werden, um die im wesentlichen aus den visuellen Linien bestimmte Häufigkeit dieses Elementes zu überprüfen. Außerdem besteht die Hoffnung, in diesem Wellenlängenbereich analysierbare Linien solcher Elemente zu finden, die im optischen Spektralbereich von NGC 246 nicht nachweisbar sind.

Weitere Beobachtungsarbeit sollte der Klärung der Frage dienen, ob die LSE Objekte von sehr alten, stark verdünnten Planetarischen Nebeln umgeben sind; die Antwort ist für die mögliche Zuordnung der extremen Heliumsterne zu einem 'final shell flash' - Szenario von Bedeutung (siehe Kapitel 8). Des weiteren erscheint eine Neubestimmung der spektroskopischen Parallaxe von NGC 246 notwendig (vergl. Kapitel 2).

Mehr eine Literaturarbeit wäre der sehr lohnende Versuch, eine von Selektionseffekte bereinigte Statistik der extrem wasserstoffarmen Sterne aufzustellen (extreme Heliumsterne der Spektralklassen B und O - letztere getrennt nach 'leuchtkräftig' und 'kompakt' -, R CrB - Sterne und non - DA Weiße Zwerge), um Randbedingungen für die verschiedenen denkbaren Entstehungsweisen und Entwicklungswege dieser Objekte zu schaffen. Dem gleichen Zweck würde eine Überprüfung der hypothetischen Korrelation zwischen Expansionsgeschwindigkeit von Planetarischen Nebeln und der Heliumhäufigkeit ihrer Zentralsterne dienen.

Von der Seite der Stellarevolution her wäre natürlich ein besseres Verständnis der Massenverlustprozesse und der hydrodynamischen Vorgänge wünschenswert, um die Sternentwicklungen am Ende des ersten Riesenstadiums und während der AGB - Phase in Hinblick auf möglichen Verlust der Wasserstoffhülle zu studieren.

Hier sind aber rasche Fortschritte in nächster Zukunft nicht wahrscheinlich. Stattdessen wären weitere Rechnungen nützlich, die eine bestimmte Konfiguration des Heliumsternes *ad hoc* annehmen und die sich daran anschliessende Entwicklung verfolgen. Dieser Ansatz wurde auch in den bislang verfügbaren Entwicklungsrechnungen von Biermann & Kippenhahn (1971), Paczyński (1971), Schönberner (1977) und Law (1982) gemacht. Zukünftige Untersuchungen sollten jedoch die spezifischen chemischen Profile der Heliumsternatmosphären berücksichtigen (hohe Kohlenstoff- bzw. Stickstoffhäufigkeiten), die bei gleichem inneren Aufbau verschiedene Strukturen der Photosphären bewirken können. Ganz besonders gilt das natürlich für den Vergleich der Heliumsterne mit der Entwicklung nach einem finalen *shell flash*, wo nach dem Ausbruch dann konsistenterweise auch eine Heliumatmosphäre in den Rechnungen zu berücksichtigen wäre. (Die bisherigen Untersuchungen [Iben *et al.*, 1983] vernachlässigen diesen Punkt.) Eine untere Grenze für den während der Post-AGB-Entwicklung zu erwartenden Massenverlust läßt sich durch Annahme eines strahlungsgetriebenen Sternwindes berechnen (vergl. Pauldrach *et al.*, 1986). Entsprechende Rechnungen sollten an der Münchner Sternwarte durchgeführt werden, um verlässlichere Daten für den Übergang der Heliumsterne in das Weiße Zwerg - Stadium zu gewinnen.

Schließlich werden weitere Feinanalysen von extremen Heliumsternen benötigt. Die interessantesten Aspekte sind dabei die Metallhäufigkeiten der kompakten Heliumsterne des Spektraltyps sdO sowie die Frage, ob sich unter den leuchtkräftigen sdO - Sternen neben LSE 263 weitere Beispiele für eine niedrige Kohlenstoffhäufigkeit finden. Als Objekte bieten sich die von Giddings (1980) bezüglich T_{eff} , $\log g$ und ϵ_{He} analysierten Sterne sowie etwa ein halbes Dutzend weiterer Sterne an, für die in den Universitätssternwarten Kiel und München gutes Beobachtungsmaterial (visuell und UV) gesammelt wurde. Auch die extrem heliumreichen Zentralsterne Planetarischer Nebel mit Absorptionsspektren wären lohnende Untersuchungsgegenstände, zumal einige von ihnen auch deutliche Stickstofflinien zeigen (z.B. A 30 und A 78). Eine vollständige Bearbeitung extrem heliumreicher ZPN kann mit den vorhandenen Mitteln allerdings nicht durchgeführt werden, da diese Objekte offenbar eine Sequenz von Absorptions- zu extremen Wolf-Rayet-Spektren zeigen (Méndez *et al.*, 1985b). Weiterhin bietet der Palomar-Green-Survey eine Fülle von Heliumsternen, für die Spektrogramme in Zusammenarbeit mit R.Green, H.Shipman und J.Liebert erhältlich wären. Die Mehrzahl der erwähnten Objekte hat jedoch niedrigere Temperaturen als die in dieser Arbeit analysierten Sterne, so daß das in Kapitel 4 diskutierte Konvergenzproblem wieder akut wird. Weitere Arbeit an diesem numerischen Detail wird daher nötig sein.

Anhang A : Das Auer&Heasley – Verfahren

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen der Metallhäufigkeiten (s.Kapitel 5) geschahen unter Benutzung der am "University College London" entwickelten Computerprogramme DETAIL (Lösung der kombinierten Raten- und Strahlungstransportgleichungen) und SURFACE (Berechnung der beobachtbaren Linienprofile). Die Überlegenheit des DETAIL – Programms gegenüber dem ansonsten auch verfügbaren *line formation* – Code von Dr.K.P.Simon – das zur Berechnung der Wasserstoff- und Heliumlinien Verwendung fand – beruht auf einer neueren Methode zur Auflösung der linearisierten Raten- und Transportgleichungen. (Womit auch gleich gesagt ist, daß dieses Verfahren ebenfalls von einer vollständig linearisierten Form der konstituierenden Gleichungen ausgeht.) Der Algorithmus wurde von Auer & Heasley (1976) vorgeschlagen, eine weitere Beschreibung gibt auch das Lehrbuch von Mihalas (1978). Beide – englischsprachigen – Quellen skizzieren das Verfahren in recht knapper und teilweise vereinfachter Form. (Zum Beispiel findet der mögliche Überlapp zweier Linienopazitäten in der vorgestellten Formulierung keine Berücksichtigung.) Daher soll dieser Anhang eine ausführliche deutschsprachige Beschreibung der Methode, so wie sie in DETAIL benutzt wird, geben.

Grundlage aller *line formation* – Rechnungen ist eine bekannte, meist von Atmosphärenmodellrechnungen stammende Temperatur- und Dichteschichtung. Das noch zu lösende Problem beschränkt sich dann (im non – LTE – Fall) auf die gekoppelten Gleichungen des statistischen Gleichgewichts und des Strahlungstransports. Wie üblich müssen die kontinuierlichen Variablen diskretisiert werden : wir nehmen an, daß die Zahl der Tiefenpunkte D und die Zahl der Frequenzen K sei. Ferner seien L atomare Zustände durch T Strahlungsübergänge miteinander verbunden. Des weiteren benötigen wir zu Beginn jeder Iteration Ausgangswerte für das Strahlungsfeld, das im Bedarfsfall durch eine formale Lösung der Strahlungstransportgleichung aus gegebenen Besetzungszahlen – beim Start werden LTE – Werte angenommen – berechnet werden kann. (Es sei angemerkt, daß zur Vereinfachung des Strahlungstransportproblems wieder die Methode der variablen Eddingtonfaktoren von Auer & Mihalas (1970) verwandt wird. Zur Festlegung des Strahlungsfeldes dienen daher die mittlere Intensität J_ν und die Eddingtonfaktoren f_ν , die Information über die Winkelabhängigkeit der Strahlungsenergie enthalten und nicht selbstkonsistent mit J_ν und den Besetzungszahlen, sondern iterativ berechnet werden.) In jedem Falle werden aus dem gegebenen Strahlungsfeld durch

Integration (bzw. Quadratur) die Strahlungsratenkoeffizienten ermittelt und – wiederum eine formale Lösung – aus den statistischen Gleichungen Besetzungszahlen für alle atomaren Zustände bestimmt. Die Notwendigkeit dieses Schrittes wird weiter unten begründet werden.

Solange die Ausgangswerte $J_{k,d}^0$ und $n_{l,d}^0$ für Intensität und Besetzungszahlen (für alle Frequenzen k , alle Zustände l und alle Tiefenpunkte d) noch keine Lösung der gekoppelten Transport- und Ratengleichungen darstellen, wird das Gleichungssystem

$$f_a(J_{k,d}^0, n_{l,d}^0) = 0 \quad (\text{A.1})$$

nicht erfüllt sein. (Die Funktionen f werden durch den Index a nummeriert. Die Zahl der Gleichungen ist durch $D \times (K + L)$ gegeben.) Eine direkte Auflösung des Systems nach den unbekannten Lösungen $J_{k,d}$, $n_{l,d}$ ist wegen der nichtlinearen Verknüpfung dieser Variablen nicht möglich. Daher wird angesetzt :

$$J_{k,d} = J_{k,d}^0 + \delta J_{k,d} \quad (\text{A.2a})$$

und
$$n_{l,d} = n_{l,d}^0 + \delta n_{l,d} \quad (\text{A.2b})$$

und die Funktionen f_a nach den Korrekturen $\delta J_{k,d}$, $\delta n_{l,d}$ entwickelt. Abbruch nach dem linearen Term ergibt nun das Gleichungssystem :

$$\sum_{k,d} \frac{\partial f_a}{\partial J_{k,d}} \delta J_{k,d} + \sum_{l,d} \frac{\partial f_a}{\partial n_{l,d}} \delta n_{l,d} = -f_a(J_{k,d}^0, n_{l,d}^0) \quad (\text{A.3})$$

für die Korrekturterme, die allerdings nur in erster Ordnung richtig berechnet werden. Eine Iteration ist daher notwendig.

An dieser Stelle sei noch einmal daran erinnert, daß bei für *line formation* – Rechnungen typischen Werten von $K = 300 - 1000$, $L = 20 - 50$ und $D = 50 - 90$ insgesamt mehrere zehntausend Gleichungen mit ebenso vielen Variablen zu lösen sind. Da eine direkte Lösung auch der linearisierten Gleichungen weit außerhalb aller Möglichkeiten liegt, besteht offensichtlich die Notwendigkeit, im Lösungsschema die durch die Physik des Problems angebotenen Vereinfachungsmöglichkeiten optimal auszunutzen.

Die für das Auer & Heasley – Verfahren bedeutendste Möglichkeit dieser Art wurde schon von Rybicki (1971) erkannt : Unter den nicht trivialen, aber in statischen Sternatmosphären nicht zu geringer Dichte gut erfüllten Annahmen von kohärenter Streuung an freien Elektronen und vollständiger Wiederverteilung der Photonen über das gesamte Absorptionsprofil eines Übergangs beinhaltet die Strahlungstransportgleichung für die Frequenz ν_k nur die Intensität $J_{k,d}$ desselben Frequenzpunktes k sowie die Besetzungszahlen $n_{l,d}$. Eine Kopplung der Transportgleichungen verschiedener Frequenzen findet daher nur indirekt durch die $n_{l,d}$ und damit durch die Ratengleichungen statt.

Die mit Hilfe des Eddingtonfaktors f_k formulierte Transportgleichung für den Frequenzpunkt k ,

$$\frac{d^2}{d\tau_k^2} f_k J_k = J_k - S_k \quad (A.4)$$

läßt sich dann nach Linearisierung und Umformung in eine Differenzengleichung schreiben als :

$$\underline{T}_k \delta J_k + \sum_l \underline{L}_{kl} \delta n_l + \sum_u \underline{U}_{ku} \delta n_u = \underline{R}_k \quad (A.5)$$

Die Symbole δJ_k und δn_i stellen dabei Tiefenvektoren dar :

$$\begin{aligned} \underline{\delta J}_k &= [\delta J_{k,1}, \dots, \delta J_{k,d}, \dots, \delta J_{k,D}]^T \\ \underline{\delta n}_i &= [\delta n_{i,1}, \dots, \delta n_{i,d}, \dots, \delta n_{i,D}]^T \end{aligned}$$

Die Matrizen $\underline{T}_k$, $\underline{L}_{kl}$, $\underline{U}_{ku}$ sind sämtlich tridiagonal, eine Konsequenz der Tatsache, daß die Differentialgleichung (A.4) in eine Differenzengleichung 2.Ordnung in $\Delta\tau_k$ übergeht. $\underline{T}_k$ enthält die Ableitungen der Differenzterme nach den $\delta J_{k,d}$, die $\underline{L}_{kl}$ und $\underline{U}_{ku}$ werden gebildet aus den Ableitungen der Quellfunktionen $S_{k,d}$ und $\underline{T}_k$ nach den Besetzungszahlen der unteren und oberen Zustände aller Übergänge, deren Opazität die Frequenz ν_k betrifft. Die Summationen über l (untere Zustände) und u (obere Zustände) zeigen an, daß sich mehrere Übergänge überlappen können. Der Vektor $\underline{R}_k$ enthält – in diskretisierter Form – entsprechend der rechten Seite von Gleichung (A 3) für alle Tiefenpunkte den jeweiligen Fehler in der Transportgleichungslösung, ausgehend von den

aktuellen Strahlungsfeldgrößen und Besetzungszahlen. Solange die endgültige Lösung des kompletten, gekoppelten Systems noch nicht gefunden ist, wird diese Inhomogenität nicht verschwinden, da zuletzt – am Beginn des Iterationsdurchgangs wie oben beschrieben – die Ratengleichungen gelöst wurden und die Variablen daher inkonsistent mit der Transportgleichung sind.

Eine explizite Darstellung der Elemente von $\underline{T}_k$, $\underline{L}_{kj}$, $\underline{U}_{ku}$ und $\underline{R}_k$ soll hier nicht gegeben werden, da sie für die Beschreibung der Methode unerheblich sind. Zudem hängt sie von der verwendeten Formulierung der Differenzgleichung ab : Bei linearer Interpolation zwischen den Tiefenpunkten werden die fraglichen Größen von Auer & Heasley (1976) selbst angegeben, eine Interpolation mittels Hermite – Polynomen wird von Auer (1976) vorgestellt. Wegen ihrer höheren Genauigkeit wird die letztgenannte Interpolation in den Programmen DETAIL und SURFACE benutzt. In jedem Fall aber bleibt die Tridiagonalität der erwähnten Matrizen erhalten.

Daher kann die Gleichung (A.5) mit sehr geringem Aufwand nach δJ_k aufgelöst werden :

$$\delta J_k + \sum_j \underline{L}_{kj}' \delta n_j + \sum_u \underline{U}_{ku}' \delta n_u = \underline{R}_k' \quad (\text{A.6})$$

Die neuen Matrizen $\underline{L}_{kj}' = (\underline{T}_k)^{-1} \underline{L}_{kj}$ und $\underline{U}_{ku}' = (\underline{T}_k)^{-1} \underline{U}_{ku}$ sind nunmehr vollbesetzt, für die neue Inhomogenität gilt $\underline{R}_k' = (\underline{T}_k)^{-1} \underline{R}_k$.

Würden wir nun einfach die Ratengleichungen nach Strahlungsfeld und Besetzungszahlen linearisieren und die Gleichung (A.6) dazu benutzen, durch Multiplikation mit entsprechenden Absorptionsquerschnitten und Summation über mehrere Frequenzen die Variation der Ratenintegrale zu bestimmen, so wäre dies das von Rybicki (1971) vorgeschlagene Verfahren. Es ergäbe sich eine vollbesetzte quadratische Matrix mit dem Rang ($L \times D$), deren Struktur keinerlei Handhabe zur vereinfachten Lösung des korrespondierenden Gleichungssystem für die $\delta n_{l,d}$ böte. Das Auer & Heasley – Verfahren schlägt deshalb an dieser Stelle einen anderen Weg ein.

Betrachten wir für einen festen Tiefenpunkt das System der statistischen Gleichungen : Es kann offensichtlich (vergl. Gl.(4.9)) als Matrixgleichung geschrieben werden :

$$\underline{A} \underline{n} - \underline{b} = 0 \quad (\text{A.7})$$

$\underline{n}$ ist der Vektor der Besetzungszahlen :

$$\underline{n} = [n_1, \dots, n_L]^T$$

die quadratische $(L \times L)$ -Matrix $\underline{A}$ enthält die Ratenkoeffizienten, von denen hier nur die Strahlungsanteile von Interesse sind, da die Stoßterme aus bekannten Temperaturen und Elektronendichten berechnet werden. Eine Zeile der Matrix (wir können annehmen, es sei die letzte, mit dem Index L) repräsentiert die Teilchenzahldefinition des betreffenden Elementes (siehe Gl.(4.11)) und enthält daher nur konstante Terme. Entsprechend ist der Vektor $\underline{b}$ überwiegend mit Nullen besetzt und nur das letzte Element ist positiv.

Da eingangs eines jeden Iterationsdurchlaufs durch Lösung der statistischen Gleichungen die Besetzungszahlen den Anfangswerten des Strahlungsfeldes angepaßt werden, wird die Gleichung (A.7) auch vor Erreichen einer konsistenten Lösung des vollständigen Problems exakt erfüllt. Deshalb ergibt die Linearisierung :

$$\sum_k \frac{\partial \underline{A}}{\partial J_k} \underline{n} \delta J_k + \underline{A} \underline{\delta n} = 0$$

bzw.

$$\underline{\delta n} = -\underline{A}^{-1} \cdot \sum_k \frac{\partial \underline{A}}{\partial J_k} \underline{n} \delta J_k \quad (\text{A.8})$$

Weil zur Ableitung $\partial \underline{A} / \partial J_k$ nur die Ratenintegrale beitragen, ergibt sich für die i -te Komponente des Vektors:

$$\left[\frac{\partial \underline{A}}{\partial J_k} \underline{n} \right]_i = \frac{4\pi w_k}{h\nu_k} \left[\sum_{j>i} \sigma_{ij}(\nu_k) [n_i - G_{ij}(\nu_k) n_j] - \sum_{j<i} \sigma_{ji}(\nu_k) [n_j - G_{ji}(\nu_k) n_i] \right]$$

(siehe Mihalas, 1978, S.145). w_k ist dabei das Quadratgewicht für die Frequenzintegration, die σ 's Photoionisationsquerschnitte und die G 's generalisierte Saha - Boltzmann - Faktoren. Die erste Summe berücksichtigt die vom Zustand i

ausgehenden Aufwärtsübergänge, die zweite Summe die entsprechenden Übergänge nach unten. Die angegebene Gleichung gilt für alle i mit Ausnahme von $i=L$: Aus dem oben bezüglich der Teilchenzahldefinition Gesagten folgt das Verschwinden dieser Komponente.

Multipliziert man diesen Vektor mit δJ_k , führt die in Gleichung (A.8) notierte Summation über k aus und benutzt die Definition

$$\delta Z_t = \sum_k \frac{4\pi w_k}{h\nu_k} \sigma_{ij}(\nu_k) [n_i - G_{ij}(\nu_k)n_j] \delta J_k \quad (A.9)$$

(t bezeichnet den Übergang $i \rightarrow j$), so ergibt sich für alle Komponenten $i < L$:

$$\left[\sum_k \frac{\partial A}{\partial J_k} n \delta J_k \right]_i = \sum_{l_t = i} \delta Z_t - \sum_{u_{t'} = i} \delta Z_{t'} \quad (A.10)$$

während die Komponente $i=L$ natürlich wieder gleich Null ist. Die erste Summe erstreckt sich über alle Übergänge t , deren unterer Zustand l_t gleich i ist. Entsprechend berücksichtigt die zweite Summe alle Übergänge t' mit dem oberen Zustand $u_{t'} = i$.

Die Variation der Besetzungszahl δn_j ergibt sich dann aus den Gleichungen (A.8) und (A.10) :

$$\begin{aligned} \delta n_j &= - \sum_{r=1}^L (\underline{A}^{-1})_{jr} \left[\sum_k \frac{\partial A}{\partial J_k} n \delta J_k \right]_r \\ &= - \sum_{r=1}^{L-1} (\underline{A}^{-1})_{jr} \left[\sum_k \frac{\partial A}{\partial J_k} n \delta J_k \right]_r \\ &= - \sum_{r=1}^{L-1} \left[(\underline{A}^{-1})_{jr} \sum_{l_t = r} \delta Z_t - (\underline{A}^{-1})_{jr} \sum_{u_{t'} = r} \delta Z_{t'} \right] \\ &= - \sum_t (\underline{A}^{-1})_{j,l_t} \delta Z_t + \sum_{\substack{t' \\ u_{t'} \neq L}} (\underline{A}^{-1})_{j,u_{t'}} \delta Z_{t'} \\ &=: \sum_t B_{jt} \delta Z_t \end{aligned} \quad (A.11)$$

Die durch ** gekennzeichnete Umordnung der Summationen wird gerechtfertigt dadurch, daß erstens bei der Summation über r bis zum Index $(L-1)$ alle Zustände erfaßt werden, die als unterer Zustand eines Übergangs in Frage kommen, zweitens jedem Übergang genau ein unterer Zustand zugeordnet ist. Besondere Berücksichtigung verlangen lediglich die Übergänge, deren oberer Zustand das energiereichste Niveau mit dem Index L ist : Sie treten in der ursprünglichen Summe nicht auf und müssen deshalb in der zweiten Summe der umgeformten Gleichung explizit ausgeschlossen werden. Die in der letzten Zeile der Gleichung (A.11) definierten Größen $B_{j,t}$ sind offensichtlich mit den partiellen Ableitungen $\partial n_j / \partial Z_t$ identisch.

An dieser Stelle wenden wir uns wieder den in Gleichung (A.9) definierten Größen δZ_t zu. Offenbar stellen sie die Variation der sogenannten *radiative net brackets* (eine gebräuchliche deutsche Bezeichnung existiert auch hierfür nicht)

$$Z_t = n_i R_{ij} - n_j R_{ji} = 4\pi \int \frac{\sigma_{ij}(\nu)}{h\nu} [J_\nu (n_i - G_{ij}(\nu)n_j) - \frac{2h\nu^3}{c^2} G_{ij}(\nu)n_j] d\nu$$

in Abhängigkeit vom Strahlungsfeld J_ν dar. Gegenüber den Besetzungszahlen n_i bieten die *radiative net brackets* den Vorteil, daß ihre gegenseitige Kopplung $Z_t \rightarrow Z_t$, geringer ist als der wechselseitige Einfluß $n_i \rightarrow n_j$. Zur Ausnutzung dieses Vorzugs werden wir deshalb das Problem in den Variablen δZ_t formulieren. Zunächst verkürzen wir die Gleichung (A.9) und definieren damit die Größen a_{tk} :

$$\delta Z_t = \sum_k a_{tk} \delta J_k \quad (\text{A.9a})$$

Die Gleichung (A.6) wird nun mit a_{tk} multipliziert und über k summiert. Es ergibt sich :

$$\delta \underline{Z}_t + \sum_l \underline{L}_{tl}'' \delta n_l + \sum_u \underline{U}_{tu}'' \delta n_u = \underline{R}_t'' \quad (\text{A.12})$$

mit

$$\underline{L}_{tl}'' = \sum_k a_{tk} \underline{L}_{kl}' ; \quad \underline{U}_{tu}'' = \sum_k a_{tk} \underline{U}_{ku}' ; \quad \underline{R}_t'' = \sum_k a_{tk} \underline{R}_k'$$

Die $\underline{\delta Z}_t$ sind nun ebenfalls Tiefenvektoren. Unter Benutzung von Gleichung (A.11)

erhalten wir schließlich :

$$\underline{\delta Z_t} + \sum_{t'} \underline{C_{tt'}} \underline{\delta Z_{t'}} = \underline{R_t''} \quad (\text{A.13})$$

wobei die Matrizen durch

$$\underline{C_{tt'}} = \sum_l \underline{L_{tl}''} \underline{B_{lt'}} + \sum_u \underline{U_{tu}''} \underline{B_{ut'}}$$

definiert sind.

Da für jeden Übergang t solch eine Gleichung existiert, haben wir offenbar ein lineares Gleichungssystem vom Range $(T \times D)$ für die Variablen δZ_t erzeugt. Existierte nicht die erwähnte Vereinfachung durch schwache Kopplung der δZ_t , so wäre seine Lösung ebenso aussichtslos wie in der oben skizzierten Formulierung durch Rybicki (1971). So aber ergibt sich die Möglichkeit, das Gleichungssystem iterativ zu lösen. Dazu schreiben wir Gleichung (A.13) um :

$$(\underline{1} + \underline{C_{tt}}) \underline{\delta Z_t} = \underline{R_t''} - \sum_{t' \neq t} \underline{C_{tt'}} \underline{\delta Z_{t'}} \quad (\text{A.14})$$

Diese Gleichung wird dazu benutzt, um aus vorläufigen Werten von $\delta Z_{t'}$, $t \neq t'$, einen verbesserten Wert von δZ_t zu erhalten und dieses für alle Übergänge t zu iterieren. Dafür ist lediglich die einmalige Berechnung von $(\underline{1} + \underline{C_{tt}})^{-1}$ und $(\underline{1} + \underline{C_{tt}})^{-1} \cdot \underline{C_{tt'}}$ für alle t und t' notwendig. Gestartet wird die Iteration durch Lösung von Gleichung (A.14) für verschwindende Summe auf der rechten Seite.

Die Konvergenz der Iteration kann beschleunigt werden durch Anwendung der *SOR(successive overrelaxation)*-Methode : Aus den berechneten Zwischenlösungen $\delta Z_t^{(i-1)}$ und $\delta Z_t^{(i)}$ wird $\delta Z_t^{(i)}$ verbessert durch

$$W \delta Z_t^{(i)} + (1 - W) \delta Z_t^{(i-1)} \rightarrow \delta Z_t^{(i)} \quad (\text{A.15})$$

Der Parameter W muß durch Experiment bestimmt werden, häufig erweist sich $W \approx 1.6$ als günstiger Wert.

Im Rahmen der *SOR*-Iteration müssen die δZ_t -Größen nicht besonders genau bestimmt werden; schließlich geht es dabei lediglich um das Auffinden der

ersten Näherung des Gesamtproblems. Eine relative Genauigkeit von etwa 10^{-2} in δZ_t ist vollkommen ausreichend.

Nachdem die δZ_t hinreichend genau konvergiert sind, lassen sich die Korrekturen der Besetzungszahlen δn_j mit Hilfe von Gleichung (A.11) und anschließend die δJ_k durch Gleichung (A.5) berechnen. Das Strahlungsfeld wird durch $J_k \leftarrow J_k + \delta J_k$ verbessert und damit kann eine neue Iteration der vollständigen Linearisierung beginnen.

Beim Vergleich der älteren Feautrier – Methode – wie im Abschnitt 4.2.2. für das Modellatmosphärenproblem skizziert und prinzipiell auch für das *line formation* – Problem gültig – mit dem Auer & Heasley – Verfahren fällt auf, daß der Rechenaufwand für das letztere linear mit der Zahl der Frequenzpunkte skaliert, während er für die Feautrier – Methode mit der dritten Potenz dieser Zahl anwächst. Schon in Abschnitt 4.2.2. wurde darauf hingewiesen, daß genau dieser Punkt den Umfang der behandelbaren Modellatome einschränkt. Mit dem Algorithmus von Auer & Heasley (1976) kann deshalb die Beschreibung der Modellatome deutlich detaillierter werden.

Schließlich soll noch darauf hingewiesen werden, daß am University College London begonnene Versuche, das hier beschriebene Verfahren auf das Modellatmosphärenproblem zu verallgemeinern (d.h. Einbeziehung von Strahlungsgleichgewichtsbedingung, hydrostatischer Dichteschichtung und Ladungserhaltung), zu keinem positiven Ergebnis führten. Dieses ist vermutlich darauf zurückzuführen, daß für die Temperatur die Annahme schwacher Kopplung mit dem Rest der Variablen nicht gültig ist und daher die iterative Auflösung des finalen Gleichungssystems (mittels der SOR – Methode) nicht mehr konvergiert.

Quellennachweis

- Abbott,D.C., Hummer,D.G.:1985, *Astrophys.J.*, **294**, 286
- Allen,C.W.:1973, *Aströphysical Quantities*, 3rd Ed., The Athlone Press, London
- Anderson,L.S.:1985, *Astrophys.J.*, **298**, 848
- Auer,L.H.:1976, *J.Quant.Spect.Rad.Transf.*, **16**, 931
- Auer,L.H., Heasley,J.N.:1976, *Astrophys.J.*, **205**, 165
- Auer,L.H., Mihalas,D.:1969, *Astrophys.J.*, **158**, 641
- Auer,L.H., Mihalas,D.:1970, *Mon.Not.R.astr.Soc.*, **149**, 65
- Biermann,P., Kippenhahn,R.:1971, *Astron.Astrophys.*, **14**, 32
- Bond,J.E., Luck,R.E., Newman,M.J.:1979, *Astrophys.J.*, **233**, 205
- Butler,K.:1984, "A Non - LTE Study of N III in O Stars", Ph.D. Thesis,
University of London
- Butler,K., Giddings,J.R.:1985, Coll.Comp.Project No.7 (CCP7),London,
Newsletter **9**, 7
- Clark,R.E.H., Sampson,D.H.:1984, *J.Phys.B: Atom.Molec.Phys.*, **17**, 3311
- Cochrane,D.M., McWhirter,R.W.P.:1983, *Physica Scripta*, **28**, 25
- Cordona - Nunez,O.:1978, "Analysis of the $\lambda 5695$ Carbon III Line in the O
Stars", Ph.D. Thesis, University of Colorado
- Drew,J.E., Storey,P.J.:1982, *J.Phys.B: Atom.Molec.Phys.*, **15**, 2357
- Drilling,J.S.:1983, *Astrophys.J.*, **270**, L13
- Drilling,J.S.:1985, in: "Hydrogen - Deficient Stars and Related Objects",
IAU Colloq.87, Ed.:K.Hunger, N.K.Rao, D.Schönberner;
Reidel,Dordrecht; im Druck
- Dufton,P.L., Berrington,K.A., Burke,P.G., Kingston,A.E.:1978,
Astron.Astrophys., **62**, 111
- Dziembowski,W., Koester,D.:1981, *Astron.Astrophys.*, **97**, 16
- Feautrier,P.:1964, *Compt.Rend.*, **258**, 3189
- FitzGerald,M.P.:1968, *Astron.J.*, **73**, 983
- Giddings,J.R.:1980, "An Investigation of the Optical and Ultraviolet Spectra of Hot
Subdwarf Stars", Ph.D. Thesis, University of London
- Gold,M.:1985, "B - Stern Modellatmosphären", Diplomarbeit,
Ludwig - Maximilian - Universität, München
- Golden,L.B., Sampson,D.H.:1980, *J.Phys.B: Atom.Molec.Phys.*, **13**, 2645
- Griem,H.R.:1968, *Phys.Rev.*, **165**, 258

- Groth, H.G., Kudritzki, R.P., Heber, U.: 1985, *Astron. Astrophys.*, **152**, 107
- Gruschinske, J., Kudritzki, R.P.: 1979, *Astron. Astrophys.*, **77**, 341
- Gruschinske, J., Hamann, W. - R., Kudritzki, R.P., Simon, K.P., Kaufmann, J.P.: 1983, *Astron. Astrophys.*, **121**, 85
- Hamann, W. - R.: 1986, *Astron. Astrophys.*, im Druck
- Harman, R.J., Seaton, M.J.: 1966, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, **132**, 15
- Havazelet, D., Barkat, Z.: 1979, *Astrophys. J.*, **233**, 589
- Hazard, C., Terlevich, B., Morton, D.C., Sargent, W.L.W., Ferland, G.: 1980, *Nature*, **285**, 463
- Heap, S.R.: 1975, *Astrophys. J.*, **196**, 195
- Heber, U.: 1981, "Spektrale Feinanalyse des extremen Heliumsterns BD + 10°2179", Dissertation, Christian - Albrechts - Universität, Kiel
- Hidalgo, M.B.: 1969, *Astrophys. J.*, **157**, 479
- Hobbs, L.M.: 1974, *Astrophys. J.*, **191**, 381
- Holweger, H.: 1979, in: XXII^e Colloque International D'Astrophysique, Université de Liège, S.117
- Hunger, K.: 1975, in: "Stellar Atmospheres and Envelopes", Ed.: B. Baschek, W.H. Kegel, G. Traving; Springer, Berlin/Heidelberg; S.57
- Hunger, K., Kudritzki, R.P.: 1980, *Astron. Astrophys.*, **88**, L4
- Hunger, K., Gruschinske, J., Kudritzki, R.P., Simon, K.P.: 1981, *Astron. Astrophys.*, **95**, 244
- Hunger, K., Schönberner, D., Steenbock, W.: 1982, *Astron. Astrophys.*, **107**, 93
- Husfeld, D.: 1982, "Sternatmosphären im Non - LTE : Auswirkungen der Albedo von stellaren Hüllen und der Opazitäten von C, N und O auf Atmosphärenschichtung und emergenten Fluß", Diplomarbeit, Christian - Albrechts - Universität, Kiel
- Husfeld, D.: 1983a, "Software - Dokumentation für das Non - LTE Modellatmosphärenprogramm", Universitätssternwarten Kiel und München
- Husfeld, D., Kudritzki, R.P., Simon, K.P.: 1983b, *Mitt. d. Astron. Ges.*, **60**, 305
- Husfeld, D., Kudritzki, R.P., Simon, K.P., Clegg, R.E.S.: 1984, *Astron. Astrophys.*, **134**, 139
- Iben, I. Jr.: 1985, *Q. J. R. astr. Soc.*, **26**, 1
- Iben, I. Jr., Kaler, J.B., Truran, J.W., Renzini, A.: 1983, *Astrophys. J.*, **264**, 605
- Iben, I. Jr., Renzini, A.: 1983, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **21**, 271
- Jacoby, G.H., Ford, H.C.: 1983, *Astrophys. J.*, **266**, 298

- Jakubowicz,H., Moores,D.L.:1981, *J.Phys.B: Atom.Molec.Phys.*, **14**, 3733
- Kaler J.B.:1983, *Astrophys.J.*, **271**, 188
- Kaler J.B.:1985, *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, **23**, 89
- Kaufmann,J.P., Schönberner,D.:1977, *Astron.Astrophys.*, **57**, 169
- Knapp,G.R., Phillips,T.G., Leighton,R.B., Lo,K.Y., Wannier,P.G.,
Wootten,H.A., Huggins,P.J.:1982, *Astrophys.J.*, **252**, 616
- Koester,D.:1976, *Astron.Astrophys.*, **52**, 415
- Kudritzki,R.P.:1973, "*Non - LTE - Effekte und Einfluß der Heliumhäufigkeit in
Atmosphären von A0 Ia - Überriesen*", Dissertation, Technische
Universität Berlin
- Kudritzki,R.P.:1976, *Astron.Astrophys.*, **52**, 11
- Kudritzki,R.P.:1979,in:XXII^e Colloque International D'Astrophysique, Université
de Liège, S.295
- Kudritzki,R.P., Simon,K.P.:1978, *Astron.Astrophys.*, **70**, 653
- Kudritzki,R.P., Gruschinske,J., Hunger,K., Simon,K.P.:1980, *Proc.Second Year
IUE Conference*, Tübingen
- Kudritzki,R.P., Simon,K.P., Lynas - Gray,A.E., Kilkenny,D., Hill,P.W.: 1982,
Astron.Astrophys., **106**, 254
- Law,W. - Y.:1982, *Astron.Astrophys.*, **108**, 118
- Liebert,J.:1980, *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, **18**, 363
- Lucke,P.B.:1978, *Astron.Astrophys.*, **64**, 367
- Méndez,R.H., Kudritzki,R.P., Gruschinske,J., Simon,K.P.:1981,
Astron.Astrophys., **101**, 323
- Méndez,R.H., Kudritzki,R.P., Simon,K.P.:1983, in:"*Planetary Nebulae*", IAU
Symp.**103**, Ed.: D.R.Flower; Reidel,Dordrecht, S.343
- Méndez,R.H., Kudritzki,R.P., Simon,K.P.:1985a, *Astron.Astrophys.*, **142**, 289
- Méndez,R.H., Miguel,D.H., Heber,U., Kudritzki,R.P.: 1985b,
in:"*Hydrogen - Deficient Stars and Related Objects*", IAU Colloq.87,
Ed.:K.Hunger, N.K.Rao, D.Schönberner; Reidel,Dordrecht; im Druck
- Michaud,G., Vauclair,G., Vauclair,S.:1983, *Astrophys.J.*, **267**, 256
- Mihalas,D.:1967, *Astrophys.J.*, **149**, 169
- Mihalas,D.:1972a,"*Non - LTE Model Atmospheres for O and B Stars*",
NCAR Tech.Note, NCAR - TN/STR - 76
- Mihalas,D.:1972b, *Astrophys.J.*, **177**, 115
- Mihalas,D.:1978,"*Stellar Atmospheres*", 2nd Ed., Freeman and Comp., San
Francisco, USA

- Mihalas, D., Auer, L.H.: 1970, *Astrophys. J.*, **160**, 1161
- Mihalas, D., Heasley, J.N., Auer, L.H.: 1975, "A Non - LTE Model Atmosphere Computer Program", NCAR Tech. Note, NCAR - TN/STR - 104
- Mihalas, D., Hummer, D.G.: 1973, *Astrophys. J.*, **179**, 827
- Moore, C.E.: 1965, "Selected Tables of Atomic Spectra", NSRDS - NBS 3, Sect. 1, US. Dept. of Commerce
- Moore, C.E.: 1970, "Selected Tables of Atomic Spectra", NSRDS - NBS 3, Sect. 3, US. Dept. of Commerce
- Moore, C.E.: 1971, "Selected Tables of Atomic Spectra", NSRDS - NBS 3, Sect. 4, US. Dept. of Commerce
- Moore, C.E.: 1972, "A Multiplet Table of Astrophysical Interest, Part I", NSRDS - NBS 40, US. Dept. of Commerce
- Moore, C.E.: 1975, "Selected Tables of Atomic Spectra", NSRDS - NBS 3, Sect. 5, US. Dept. of Commerce
- Moore, C.E.: 1979, "Selected Tables of Atomic Spectra", NSRDS - NBS 3, Sect. 8, US. Dept. of Commerce
- Moore, C.E.: 1980, "Selected Tables of Atomic Spectra", NSRDS - NBS 3, Sect. 9, US. Dept. of Commerce
- Moore, C.E.: 1983, "Selected Tables of Atomic Spectra", NSRDS - NBS 3, Sect. 10, US. Dept. of Commerce
- Morton, D.C., Hayden - Smith, W.: 1973, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **26**, 333
- Nandy, K., Thompson, G.I., Carnochan, D.J., Wilson, R.: 1978, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, **184**, 733
- O'Dell, C.R.: 1962, *Astrophys. J.*, **153**, 371
- Paczynski, B.: 1970, *Acta Astronomica*, **20**, 47
- Paczynski, B.: 1971, *Acta Astronomica*, **21**, 1
- Pauldrach, A., Puls, J., Kudritzki, R.P.: 1986, *Astron. Astrophys.*, in Druck
- Peach, G.: 1967, *Mem. R. astr. Soc.*, **71**, 13
- Percival, I.C.: 1966, *Nuclear Fusion*, **6**, 182
- Percival, I.C., Richards, D.: 1978, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, **183**, 329
- Popper, D.M.: 1942, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, **54**, 160
- Pottasch, S.R.: 1983, in: "Planetary Nebulae", IAU Symp. 103, Ed.: D.R. Flower; Reidel, Dordrecht; S. 391
- Reay, N.K., Atherton, P.D., Taylor, K.: 1983, in: "Planetary Nebulae", IAU Symp. 103, Ed.: D.R. Flower; Reidel, Dordrecht; S. 508

- Reimers,D.:1975a, *Mem.Soc.R.Sci.Liège*, 6^eSer.8, 369
- Reimers,D.:1975b, in:"*Problems in Stellar Atmospheres and Envelopes*", Ed.:
B.Baschek, W.H.Kegel, G.Traving; Springer,Berlin/Heidelberg; S.229
- Renzini,A.:1983, in:"*Planetary Nebulae*", Ed.:D.R.Flower; Reidel,Dordrecht;
S.267
- Rutten,R.J., Kostik,R.I.:1982, *Astron.Astrophys.*, **115**, 104
- Rybicki,G.:1971, *J.Quant.Spect.Rad.Transf.*, **11**, 589
- Sahal – Bréchet,S., Segre,E.R.A.:1971, *Astron.Astrophys.*, **13**, 161
- Sakhibullin,N.A., Auer,L.H., Van der Hucht,K.:1982, *Sov.Astron.*, **26**(5), 563
- Scharmer,G.B.:1981, *Astrophys.J.*, **249**, 720
- Schönberner,D.:1975, *Astron.Astrophys.*, **44**, 383
- Schönberner,D.:1977, *Astron.Astrophys.*, **57**, 437
- Schönberner,D.:1981, *Astron.Astrophys.*, **103**, 119
- Schönberner,D.:1983, *Astrophys.J.*, **272**, 713
- Schönberner,D., Drilling,J.S.:1984, *Astrophys.J.*, **278**, 702
- Schönberner,D., Drilling,J.S.:1985, *Astrophys.J.*, **290**, L49
- Schönberner,D., Wolf,R.E.A.:1974, *Astron.Astrophys.*, **37**, 87
- Seaton,M.J.:1962, in:"*Atomic and Molecular Processes*", Ed.:R.D.Bates, Academic
Press, New York
- Seaton,M.J.:1979, *Mon.Not.R.astr.Soc.*, **187**, 73P
- Seaton,M.J.:1983, *Rep.Prog.Phys.*, **46**, 167
- Shao,C. – Y., Liller,W.:1970, Vorabdruck (zitiert von Heap,1975)
- Simon,K.P.:1979. "*Non – LTE Analyse von O – Subdwarfs*", Dissertation,
Christian – Albrechts – Universität, Kiel
- Simon,K.P.:1982, *Astron.Astrophys.*, **107**, 313
- Solov'eva,L.I.:1983, *Sov.Astron.*, **27**(4), 415
- Stephenson,C.B., Sanduleak,N.:1971, *Publ.Warner and Swasey Obs.*, **1**, 1
- Sweigart,A.V.:1976, *Physics Today*, **29**, 25
- Tuchman,Y., Sack,N., Barkat,Z.: 1979, *Astrophys.J.*, **234**, 217
- Van Regemorter,H.:1962, *Astrophys.J.*, **136**, 906
- Vauclair,G., Vauclair,S., Greenstein,J.L.:1979, *Astron.Astrophys.*, **80**, 79
- Walker,H.J., Schönberner,D.:1981, *Astron.Astrophys.*, **97**, 291
- Watanabe,T., Steenbock,W.:1985, *Astron.Astrophys.*, **149**, 21
- Weidemann,V.:1980, in:"*Effects of Mass Loss on Stellar Evolution*", Ed.:C.Chiosi,
R.Stalio; Reidel,Dordrecht; S.339

- Werner,K.:1984, *Astron.Astrophys.*, **139**, 237
- Werner,K.:1986, *Astron.Astrophys.*, im Druck
- Werner,K., Husfeld,D.:1985, *Astron.Astrophys.*, **148**, 417
- Wiese,W.L., Smith,M.W., Glennon,B.M.:1966, "*Atomic Transition Probabilities, Vol.1: Hydrogen through Neon*", NSRDS - NBS 4,
US.Dept.of Commerce
- Willson,L.A., Hill,S.J.:1979, *Astrophys.J.*, **228**, 854
- Wood,P.R.:1979, *Astrophys.J.*, **227**, 220

Lebenslauf

Ich wurde am 11.Dezember 1955 als Sohn von Gerd Husfeld und Ruth Husfeld, geb. Hinze, in Kiel geboren. Von Ostern 1962 bis Ostern 1966 besuchte ich die Grundschule Gerhardstraße, anschließend das Humboldt – Gymnasium in Kiel, das ich im Frühjahr 1974 mit dem Abitur verließ. Von Juni 1974 bis Juli 1976 leistete ich meinen Bundeswehrdienst. Im Wintersemester 1976/77 begann ich mit dem Physikstudium an der Christian – Albrechts – Universität in Kiel, das ich im Oktober 1982 mit dem Diplom abschloß. Von Dezember 1982 bis März 1984 war ich an der Universitätssternwarte Kiel als wissenschaftlicher Angestellter tätig. Seit April 1984 bin ich – ebenfalls als wissenschaftlicher Angestellter – am Institut für Astronomie und Astrophysik der Ludwig – Maximilians – Universität, München tätig.

Ich bin unverheiratet und besitze die deutsche Staatsangehörigkeit.

